Zadania otwarte – grupa A

Matura podstawowa z matematyki · czerwiec 2026 · arkusz treningowy

Zadanie 5. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $8^n + 8^{n+1} + 8^{n+2}$ jest podzielna przez 73.

Zadanie 8. (0–3)

Dane jest równanie $\frac{3x+7}{x+(0)} = \frac{x+4}{3(x+1)}$, gdzie $x \neq -1$ i $x \neq 0$.

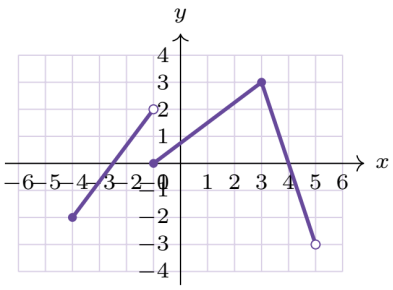
Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{5}{3})$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(x-1) + \frac{14}{3} & \text{dla } x \in [-4, -1), \\ \frac{3}{4}(x-1) + \frac{3}{2} & \text{dla } x \in [-1, 3], \\ -3(x-1) + 9 & \text{dla } x \in (3, 5). \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.

1. Funkcja f ma dokładnie ..... miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu ..... .

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ..... .

Zadanie 15. (0–2)

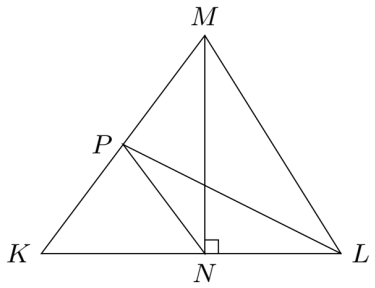
Czterowyrazowy ciąg $(8, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 68.

Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Ćwiczenia autorskie na podstawie arkusza Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (CKE), matura z matematyki, poziom podstawowy, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Zadanie 20. (0–2)

W trójkącie ostrokątnym KLM punkt N leży na boku KL, a punkt P na boku KM. Odcinek LP jest środkową, a MN wysokością tego trójkąta. Ponadto $|NL| = |NP|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle MKL| = 2|\angle KLP|$**.**

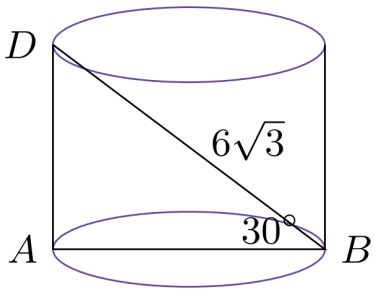
Zadanie 22. (0–3)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (7, 20)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-8)$. Punkt $K = (11, 15)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S**. Zapisz obliczenia.**

Zadanie 27. (0–4)

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $6\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

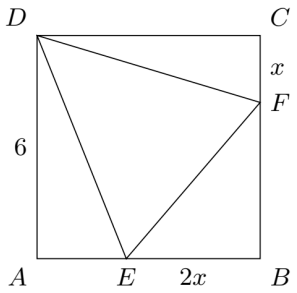
Zadanie 31. (0–2)

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A **polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 21. Zapisz obliczenia.**

Zadanie 32. (0–3)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 6. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 3)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 3)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.