Zadania otwarte – grupa B

Matura podstawowa z matematyki · czerwiec 2026 · arkusz treningowy

Zadanie 5. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2}$ jest podzielna przez 91.

Zadanie 8. (0–3)

Dane jest równanie $\frac{3x+10}{x+(1)} = \frac{x+5}{3(x+2)}$, gdzie $x \neq -2$ i $x \neq -1$.

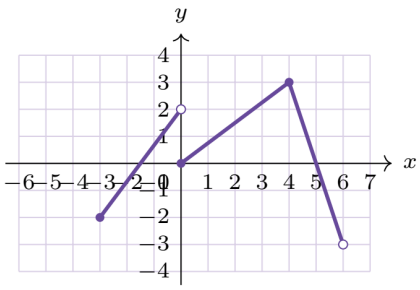
Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{8}{3})$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(x-2) + \frac{14}{3} & \text{dla } x \in [-3, 0), \\ \frac{3}{4}(x-2) + \frac{3}{2} & \text{dla } x \in [0, 4], \\ -3(x-2) + 9 & \text{dla } x \in (4, 6). \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.

1. Funkcja f ma dokładnie ..... miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu ..... .

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział ..... .

Zadanie 15. (0–2)

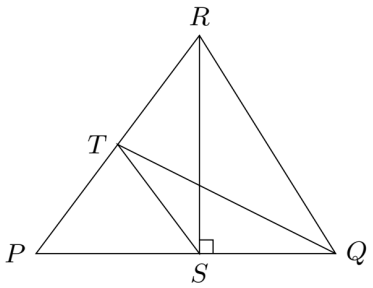
Czterowyrazowy ciąg $(9, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 82.

Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Ćwiczenia autorskie na podstawie arkusza Centralnej Komisji Egzaminacyjnej (CKE), matura z matematyki, poziom podstawowy, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Zadanie 20. (0–2)

W trójkącie ostrokątnym PQR punkt S leży na boku PQ, a punkt T na boku PR. Odcinek QT jest środkową, a RS wysokością tego trójkąta. Ponadto $|SQ| = |ST|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle RPQ| = 2|\angle PQT|$**.**

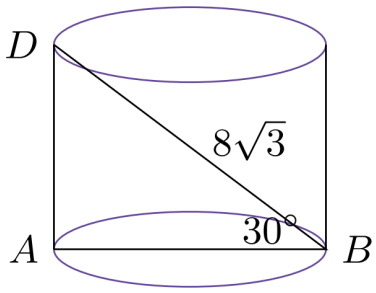
Zadanie 22. (0–3)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (8, 21)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + 10$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-11)$. Punkt $K = (12, 16)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S**. Zapisz obliczenia.**

Zadanie 27. (0–4)

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $8\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

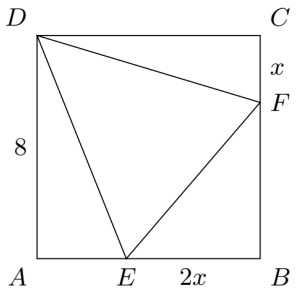
Zadanie 31. (0–2)

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A **polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 26. Zapisz obliczenia.**

Zadanie 32. (0–3)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 4)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 4)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.