Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Pierwiastki nieparzystego stopnia

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $\sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{243}$.

2 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{\sqrt[3]{-216}}{\sqrt[3]{8}}$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż równanie $\sqrt[3]{x+27} = 4$.

4 KROK DALEJ

Liczby rzeczywiste u, v spełniają $u + v = 5$ i $uv = 1$. Oblicz $u^3 + v^3$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wiadomo, że $\sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v} = 5$ i $uv = 8$. Oblicz $u + v$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (m, n), dla których $\sqrt[3]{m} + \sqrt[3]{n} = 3$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Pierwiastki nieparzystego stopnia

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$; pierwiastek sprawdzaj przez potęgowanie.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $\sqrt[3]{-27}$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz $\sqrt[5]{1024} - \sqrt[3]{27}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\sqrt[3]{-64}+\sqrt[3]{27}}{\sqrt[5]{-32}}$ jest równa

A. -2 **B.** $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$ **D.** 2

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{27}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-27}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{1024}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{216}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{64}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-64}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{3125}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{512}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{125}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-125}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{7776}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{1000}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{216}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-216}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{16807}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{1728}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 1. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\sqrt[3]{-27}$.
3
Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczano $\sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{64}$.
$\sqrt[3]{91}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\sqrt[3]{x} = 3$.
$x = \pm 27$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 1. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\sqrt[3]{-64}$.
4
Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczano $\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{125}$.
$\sqrt[3]{189}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\sqrt[3]{x} = 4$.
$x = \pm 64$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Pudełko ma kształt sześcianu o objętości 27 dm^3. Oblicz krawędź i łączną długość 12 krawędzi.

Kontekst: Krawędź z objętości / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W umownym modelu kosztu $K = x^3$, gdzie x jest liczbą dodatnią, koszt wzrósł z 27 do 216 jednostek. Ile razy wzrosło x?

Kontekst: Model potęgowy / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Czujnik zapisuje przemieszczenie z jako $z = t^3$. Dla odczytu $z = -27$ wyznacz t i sprawdź znak.

Kontekst: Pierwiastki i znaki / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $\sqrt[3]{N} - 3 = 2$. Odtwórz liczbę N.

Kontekst: Odwracanie potęgowania / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 1, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Potęgi o wspólnej podstawie

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{2^4 \cdot 4^5}{8^4}$.

2 UTRWALENIE +

Oblicz $16^{-1/2} + 4^{-1}$.

3 UTRWALENIE +

Ile cyfr ma liczba $2^6 5^6$? Uzasadnij.

4 KROK DALEJ

Znajdź całkowite n spełniające $2^n < 2^6 + 1 < 2^{n+1}$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij podzielność $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ przez 7 dla każdego naturalnego n.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie nieujemne całkowite x,y spełniające $2^x + 2^y = 2^7$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Potęgi o wspólnej podstawie

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a^u a^v = a^{u+v}$, $(a^u)^v = a^{uv}$; dla $a \neq 0$: $a^0 = 1$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $2^4 \cdot 2^2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Zapisz 8^4 jako potęgę 2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{9^4}{3^{-20}}$ jest równa

A. 9^{-24}

B. 9^{-6}

C. 9^{14}

D. 9^{56}

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 2, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^4/2^3$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^4 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^4 \cdot 10^{-4}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^5/2^4$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^5 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^5 \cdot 10^{-5}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^6/2^5$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^6 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^6 \cdot 10^{-6}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^7/2^6$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^7 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^7 \cdot 10^{-7}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 2. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $2^4 \cdot 2^3$.

2^{12}

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $(3^2)^4$.

3^6

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano 4^0.

0

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 2. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $2^5 \cdot 2^3$.

2^{15}

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $(3^2)^5$.

3^7

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano 5^0.

0

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Serwer przechowuje 2^4 folderów, po 2^3 pliki w każdym. Ile plików przechowuje łącznie?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W modelu podwajamy zasób co rok. Początkowo jest 4 jednostek. Ile będzie po 4 latach?

Kontekst: Wzrost wykładniczy / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W ćwiczeniowej hodowli liczebność $N(t) = 4 \cdot 3^t$. Ile wynosi $N(3)/N(1)$?

Kontekst: Model liczebności / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: zapisano $2^x \cdot 8 = 2^9$. Wyznacz x.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 2, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Logarytm pierwiastka

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $\log_5 125 - \log_5 5$.

2 UTRWALENIE +

Oblicz $\log_{25} \sqrt{5}$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\log_5(x-4) = 2$.

4 KROK DALEJ

Rozwiąż $\log_5 x + \log_5(x-4) = 1$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla $a, b, c > 0$, różnych od 1, wykaż $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie całkowite pary $2 \leq u, v \leq 25$, dla których $\log_u v + \log_v u = \frac{5}{2}$. Uzasadnij.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Logarytm pierwiastka

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\log_a b = c \iff a^c = b;\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0.$

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $\log_5 25$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz $\log_5 1$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_5 \sqrt[3]{25}$ jest równa

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$ **D.** 6

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_5 5$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_5 25$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_5 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_5(1/5)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_6 6$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_6 36$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_6 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_6(1/6)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_7 7$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_7 49$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_7 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_7(1/7)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_8 8$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_8 64$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_8 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_8(1/8)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 3. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\log_5 1$.

1

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $\log_5 x + \log_5 y$ dla x,y>0.

$\log_5(x+y)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\log_5 x = 2$.

$x = 10$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 3. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\log_6 1$.

1

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $\log_6 x + \log_6 y$ dla x,y>0.

$\log_6(x+y)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\log_6 x = 2$.

$x = 12$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Skala mapy cyfrowej ma poziom $L = \log_2 z$. Dla powiększenia $z = 2^6$ oblicz L.

Kontekst: Skale logarytmiczne / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W modelu firma potraja sprzedaż co rok. Po ilu latach sprzedaż wzrośnie 3^4 razy?

Kontekst: Model wzrostu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Czujnik używa umownej skali $S = \log_{10} I$. Odczyt zmalał z 6 do 4. Ile razy zmalało I?

Kontekst: Logarytm jako skala / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $\log_5 I = 4$. Odtwórz dodatnie I.

Kontekst: Definicja logarytmu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 3, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Rozkład wielomianu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $x^2 + 6x + 9$ dla $x = \sqrt{4} - 3$.

2 UTRWALENIE +

Uprość $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$.

3 UTRWALENIE +

Rozłóż na czynniki $x^3 - 6x^2 + 9x$.

4 KROK DALEJ

Wiadomo, że $u + v = 6$ i $uv = 1$. Oblicz $u^2 + v^2$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że $(x^2 + 1)^2 \geq 4x^2$ dla każdego rzeczywistego x. Podaj warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (x, y) takie, że $x^2 - y^2 = 48$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Rozkład wielomianu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $(u \pm v)^2 = u^2 \pm 2uv + v^2$; $u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiń $(x + 3)^2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozłóż na czynniki $x^2 - 9$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $x^3 - 2x^2 + 1x$ jest równa wartości wyrażenia

A. $x(x - 1)^2$

B. $x(x - 1)(x + 1)$

C. $(x - 1)(x^2 + 1)$

D. $(x + 1)(x - 1)^2$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+3)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-9.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(3+1)^2-(3-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $3x^2+6x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+4)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-16.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(4+1)^2-(4-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $4x^2+8x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+5)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-25.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(5+1)^2-(5-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $5x^2+10x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+6)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-36.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(6+1)^2-(6-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $6x^2+12x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 4. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+3)^2$.

x^2+9

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-9.

$(x-3)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+3)^2$.

-9

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 4. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+4)^2$.

x^2+16

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-16.

$(x-4)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+4)^2$.

-16

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Kwadratowy ogródek zwiększono z boku 3 m do 5 m. O ile wzrosło pole?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny koszt wynosi $K(x) = (x+3)^2$ zł. O ile $K(x)$ przewyższa x^2?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Dwie kwadratowe powierzchnie do badań mają boki $t+3$ i $t-3$, gdzie $t > 3$. Wyraź różnicę ich pól.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $(x+3)^2 - x^2 = 33$. Wyznacz x.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 4, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Podzielność sumy potęg

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n(n+1)$ jest parzyste dla każdego całkowitego n.

2 UTRWALENIE +

Wykaż podzielność $4^n + 4^{n+1} + 4^{n+2}$ przez 21 dla naturalnych n.

3 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n^3 - n$ jest podzielne przez 6 dla każdego całkowitego n.

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie dodatnie całkowite n, dla których $n+4$ dzieli n^2+5.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej $p > 3$ liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Podzielność sumy potęg

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Aby wykazać podzielność przez d, zapisz liczbę jako $d \cdot k$ z całkowitym k.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozłóż na iloczyn $4n^2 + 4n$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Wyłącz 4^n w sumie $4^n + 4^{n+1}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n \geq 0$ liczba $7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2}$ jest podzielna przez 19.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 4n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $4n$ jest podzielne przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $4n + 1$ przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 5n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $5n$ jest podzielne przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $5n + 1$ przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 6n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $6n$ jest podzielne przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $6n + 1$ przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 7n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $7n$ jest podzielne przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $7n + 1$ przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 4 w $4n + 8$.
$4(n + 8)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.
Oba czynniki są zawsze nieparzyste.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 4k + 4$ wyciągnięto wniosek o reszcie.
$r = 4$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 5 w $5n + 10$.
$5(n + 10)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.
Oba czynniki są zawsze nieparzyste.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 5k + 5$ wyciągnięto wniosek o reszcie.
$r = 5$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest $4n + 12$ sztuk. Wykaż, że można je podzielić na pełne paczki po 4.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Fundusz wynosi $n^2 - 1$ zł, gdzie n jest dodatnie i nieparzyste. Wykaż, że można go rozdzielić równo na 8 całozłotowych części.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Plan pomiarów przewiduje $4^k(1 + 4 + 16)$ odczytów. Ile pełnych serii po 21 odczytów można wykonać?

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: liczba $N = 4k + r$ daje przy dzieleniu przez 4 resztę 1. Jeśli $0 \leq r < 4$, wyznacz r.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 5, s. 6. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Odejmowanie iloczynu wielomianów

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $W(x) - V(x)H(x)$, gdy $W = x^4$, $V = x^3 + 4$, $H = x - 4$.

2 UTRWALENIE +

Uprość $(x^2 + 4)(x^2 - 4) - x^4$.

3 UTRWALENIE +

Uprość $x^5 - (x^3 + 4)(x^2 - 4)$.

4 KROK DALEJ

Wiadomo, że $u + v = 8$ i $uv = 1$. Oblicz $u^2 + v^2$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że $(x^2 + 1)^2 \geq 4x^2$ dla każdego rzeczywistego x. Podaj warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (x, y) takie, że $x^2 - y^2 = 80$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Odejmowanie iloczynu wielomianów

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $(u \pm v)^2 = u^2 \pm 2uv + v^2$; $u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Wymnóż $x(x + 4)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Uprość $x^2 - (x^2 + 4)$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dane są wielomiany W, V oraz H określone wzorami: $W(x) = x^4$, $V(x) = x^3 + 1$, $H(x) = x - 2$.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Wielomian $W(x) - V(x) \cdot H(x)$ jest określony wzorem

A. $2x^3 - 1x + 2$

B. $2x^3 + 1x - 2$

C. $x^4 - x^3 + 1x - 2$

D. $x^4 - x^3 - 1x + 2$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wymnóż $x(x+4)$.
Odpowiedź: .....

2. Uprość $x^3 + x^3$.
Odpowiedź: .....

3. Wymnóż $2x^2 \cdot x$.
Odpowiedź: .....

4. Opuść nawias w $-(x^2+4)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wymnóż $x(x+5)$.
Odpowiedź: .....

2. Uprość $x^3 + x^3$.
Odpowiedź: .....

3. Wymnóż $2x^2 \cdot x$.
Odpowiedź: .....

4. Opuść nawias w $-(x^2+5)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wymnóż $x(x+6)$.
Odpowiedź: .....

2. Uprość $x^3 + x^3$.
Odpowiedź: .....

3. Wymnóż $2x^2 \cdot x$.
Odpowiedź: .....

4. Opuść nawias w $-(x^2+6)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wymnóż $x(x+7)$.
Odpowiedź: .....

2. Uprość $x^3 + x^3$.
Odpowiedź: .....

3. Wymnóż $2x^2 \cdot x$.
Odpowiedź: .....

4. Opuść nawias w $-(x^2+7)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 6. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+4)^2$.

x^2+16

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-16.

$(x-4)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+4)^2$.

-16

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 6. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+5)^2$.

x^2+25

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-25.

$(x-5)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+5)^2$.

-25

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Kwadratowy ogródek zwiększono z boku 4 m do 6 m. O ile wzrosło pole?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny koszt wynosi $K(x) = (x+4)^2$ zł. O ile $K(x)$ przewyższa x^2?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Dwie kwadratowe powierzchnie do badań mają boki $t+4$ i $t-4$, gdzie $t > 4$. Wyraź różnicę ich pól.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $(x+4)^2 - x^2 = 56$. Wyznacz x.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 6, s. 7. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Znak iloczynu liniowego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $(x-4)(x+4) \leq 0$.

2 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x^2 - 8x + 16 < 1$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x^2 - 16 > 0$.

4 KROK DALEJ

Wypisz wszystkie całkowite rozwiązania $(x-4)(x-6) \leq 0$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla jakich rzeczywistych m nierówność $x^2 - 2mx + m^2 + 4 - m \geq 0$ jest prawdziwa dla każdego rzeczywistego x?

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie rzeczywiste m, dla których nierówność $x^2 - 2mx + m^2 < 16$ ma dokładnie 7 rozwiązań całkowitych.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Znak iloczynu liniowego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Znajdź zera, ustal kierunek ramion paraboli i znak na przedziałach. Sprawdź końce.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Znajdź miejsca zerowe $x^2 - 16$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Jaki znak ma $x^2 + 4$ dla rzeczywistych x?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-2(x+3)(x-2) > 0$ jest przedział

A. $[-3, 2]$ **B.** $(-3, 2)$

C. $[-2, 3]$ **D.** $(-2, 3)$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 7, s. 8. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-4)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 16$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=4$ spełnia $x^2<16$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-4)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-5)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 25$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=5$ spełnia $x^2<25$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-5)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-6)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 36$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=6$ spełnia $x^2<36$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-6)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-7)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 49$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=7$ spełnia $x^2<49$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-7)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x^2 < 16$.

$x < 4$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $(x-4)(x+4) > 0$.

$(-4, 4)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązanie $(x-4)^2 \leq 0$.

$\varnothing$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x^2 < 25$.

$x < 5$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $(x-5)(x+5) > 0$.

$(-5, 5)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązanie $(x-5)^2 \leq 0$.

$\varnothing$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Prostokąt ma boki x i $x+4$ metrów, x>0. Jego pole nie może przekroczyć 32 m^2. Wyznacz dopuszczalne x.

Kontekst: Ograniczenie pola / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Model zysku to $Z(n)=-(n-4)^2+16$ dla całkowitego n≥0. Przy jakich n zysk jest nieujemny?

Kontekst: Warunek opłacalności modelu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W ćwiczeniowym modelu wysokość $h(t)=-t^2+8t$. Dla jakich nieujemnych chwil h jest dodatnia?

Kontekst: Dodatnie wartości modelu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: rozwiązaniem $x^2<c$ jest dokładnie przedział $(-4,4)$. Wyznacz c.

Kontekst: Granice nierówności / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 7, s. 8. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Równanie wymierne z przedziałem

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\frac{x+4}{x-4} = 2$.

2 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\frac{x+4}{x-4} = 3$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\frac{x+8}{x-4} = \frac{x+8}{8}$.

4 KROK DALEJ

Rozwiąż nierówność $\frac{x-4}{x+4} > 0$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

W zależności od rzeczywistego b rozwiąż $\frac{(x-4)(x-b)}{x-4} = 0$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (x, y) spełniające $1/x + 1/y = 1/4$. Uzasadnij kompletność.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 8, s. 9. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Równanie wymierne z przedziałem

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw wyklucz zera mianowników. Skracaj czynniki iloczynu, nigdy składniki sumy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Podaj wykluczenie dla $1/(x-4)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Uprość $4x/4$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Dane jest równanie $\frac{3x+4}{x+(-1)} = \frac{x+3}{3(x+0)}$, gdzie $x \neq 0$ i $x \neq 1$.

Wyznacz wszystkie rozwiązania tego równania należące do przedziału $(-\infty, -\frac{2}{3})$. Zapisz obliczenia.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-4)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/4 + 1/4$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/4$ dla $x = 8$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-4)/(x-4)$ dla $x \neq 4$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-5)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/5 + 1/5$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/5$ dla $x = 10$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-5)/(x-5)$ dla $x \neq 5$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-6)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/6 + 1/6$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/6$ dla $x = 12$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-6)/(x-6)$ dla $x \neq 6$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-7)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/7 + 1/7$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/7$ dla $x = 14$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-7)/(x-7)$ dla $x \neq 7$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 8. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $(x+4)/x$ dla x≠0.

4

Poprawa i uzasadnienie:

2. Skrócono $(x^2-16)/(x-4)$.

$x+4$ dla każdego x

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $x/(x-4)=0$.

4

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 8. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $(x+5)/x$ dla x≠0.

5

Poprawa i uzasadnienie:

2. Skrócono $(x^2-25)/(x-5)$.

$x+5$ dla każdego x

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $x/(x-5)=0$.

5

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Koszt wykonania n sztuk to $K(n) = 4n + 100$. Wyraź średni koszt jednej sztuki dla n>0.

Kontekst: Model kosztu jednostkowego / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Cena hurtowa za n sztuk wynosi $4n + 16$ zł. Ile wynosi średnia cena dla $n = 4$?

Kontekst: Iloraz jako średnia cena / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W roztworze jest 8 g substancji w 4 litrach. Wyraź stężenie $c(V) = 8/V$ i oblicz je po dolaniu 4 litrów wody.

Kontekst: Model ilorazowy / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: średni koszt $4 + 100/n$ wyniósł 9 zł. Wyznacz dodatnie n.

Kontekst: Równanie wymierne / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 8, s. 9. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Model liczby drzew

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x + y = 11$, $x - y = 3$.

2 UTRWALENIE +

Ceny x,y spełniają $2x + y = 14$ i $x + 3y = 22$. Oblicz obie ceny.

3 UTRWALENIE +

Sprzedano 14 biletów: normalne po 8 zł, ulgowe po 5 zł. Wpływ wyniósł 91 zł. Ile było ulgowych?

4 KROK DALEJ

Zbadaj liczbę rozwiązań układu $x + y = 4$, $x + my = 4$ w zależności od m.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Ile dodatnich całkowitych par (x, y) spełnia $x + y = 8$ i $x > y$? Uzasadnij.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie nieujemne całkowite pary (x, y) spełniające $2x + 3y = 25$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Model liczby drzew

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Dla układu $x+y=S,\ x-y=D$ mamy $x=(S+D)/2,\ y=(S-D)/2$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiąż $x+y=8$, $x-y=2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozwiąż $x+y=9$, $x=4$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W parku miejskim rosną drzewa iglaste i liściaste. Wszystkich drzew jest 198. Gdyby rosło tam o 18 drzew iglastych więcej, to drzew liściastych byłoby 3 razy więcej niż iglastych. Przyjmijmy: x – liczba drzew iglastych obecnie, y – liczba drzew liściastych obecnie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań prowadzącym do obliczenia obu liczb jest

A.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ x+18=3y \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ 3x+18=y \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ \frac{1}{3}x+18=y \end{cases}$$

D.

$$\begin{cases} x+y=198 \\ 3(x+18)=y \end{cases}$$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 8$ i $x = 5$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 8$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 4$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 8$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 10$ i $x = 6$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 10$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 5$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 10$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 12$ i $x = 7$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 12$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 6$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 12$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 14$ i $x = 8$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 14$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 7$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 14$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 9. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dodawano $x + y = 8$ i $x - y = 2$.
$2x = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Z $x + y = 8$ wyznaczano y.
$y = x - 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $x = 4$, $y = -4$. Określano znak iloczynu.
Iloczyn jest dodatni.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 9. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dodawano $x + y = 10$ i $x - y = 2$.
$2x = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Z $x + y = 10$ wyznaczano y.
$y = x - 10$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $x = 5$, $y = -5$. Określano znak iloczynu.
Iloczyn jest dodatni.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest 8 pudełek dwóch typów. Pierwszych jest o 2 więcej. Ile pudełek jest każdego typu?

Kontekst: Model dwóch niewiadomych / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Dwa zeszyty i długopis kosztują 13 zł, a zeszyt i dwa długopisy 14 zł. Oblicz ceny obu produktów.

Kontekst: Ceny z dwóch zakupów / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Dwie serie pomiarowe zawierają łącznie 8 próbek. W pierwszej są o 2 próbki więcej. Wyznacz liczebności obu serii.

Kontekst: Bilans liczebności / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $2x + y = 13$, a y jest o 1 większe od x. Jaki będzie koszt $x + 2y$?

Kontekst: Uzupełnienie brakującego paragonu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 9, s. 10. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Własności funkcji liniowej

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$f_k(x) = (k+4)x + k - 6$. Wyznacz k, gdy $f_k(1) = 0$.

2 UTRWALENIE +

Dla $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ znajdź wszystkie k, dla których funkcja rośnie.

3 UTRWALENIE +

$f_k(x) = (k+4)x + k - 6$. Dla jakiego k wykres przechodzi przez $(0, 2)$?

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie k, dla których $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ ma dodatnie miejsce zerowe.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że wykresy $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ dla wszystkich rzeczywistych k przechodzą przez jeden stały punkt. Znajdź go.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla $f_k(x) = (k+4)x + k - 6$ sklasyfikuj liczbę rozwiązań równania $f_k(f_k(x)) = x$ w zależności od k.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 10, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Własności funkcji liniowej

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Funkcja $f(x) = ax + b$ rośnie dla $a > 0$, maleje dla $a < 0$. Punkt (u, v) leży na wykresie, gdy $f(u) = v$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Dla $f(x) = 3x + 2$ oblicz $f(0)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

$f(x) = (k + 2)x$. Dla jakich k funkcja maleje?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 3x - 4$.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Funkcja f jest rosnąca.	P	F
Wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie $(0, 4)$.	P	F

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 10, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+3)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 2$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-3)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 4$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+4)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 3$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-4)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 5$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+5)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 4$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-5)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 6$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+6)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 5$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-6)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 7$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 10. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (k+4)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.
$k < -4$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = kx + 3$ i $f(0) = 3$. Uczeń wyznacza k.
$k = 0$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 5$.
$k = 7$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 10. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (k+5)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.
$k < -5$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = kx + 4$ i $f(0) = 4$. Uczeń wyznacza k.
$k = 0$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 6$.
$k = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Taksówka w modelu pobiera 7 zł opłaty początkowej i 4 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Firma modeluje koszt $K(x) = 4x + 7$ zł i przychód $R(x) = 6x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 4t + 7$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 27 °C?

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 15$ oraz $f(5) = 27$. Wyznacz a i b.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 10, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Parametr i miejsce zerowe

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$f(x) = x^2 - kx + 2$. Wyznacz k, gdy liczba 1 jest zerem f.

2 UTRWALENIE +

Jednym zerem $x^2 - kx + 2$ jest 1. Znajdź drugie zero.

3 UTRWALENIE +

$f(x) = a(x-2)^2 - 4$. Liczba 4 jest zerem. Oblicz a.

4 KROK DALEJ

Wyznacz wszystkie k, dla których $x^2 - 2kx + k^2 - 4 = 0$ ma dwa dodatnie rozwiązania.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że zera $x^2 - 2kx + k^2 - 4$ są odległe od siebie o stałą niezależną od k. Oblicz tę stałą.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie całkowite k, dla których oba zera $x^2 - 2kx + k^2 - 4$ są dodatnie, a ich iloczyn jest liczbą pierwszą.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Parametr i miejsce zerowe

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Miejsce zerowe u spełnia $f(u) = 0$. Zależność z treści podstaw do wzoru funkcji, zanim zaczniesz wyznaczać parametr.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$f(x) = x^2 - kx$. Wyznacz k z warunku $f(2) = 0$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozłóż $x^2 - 3x + 2$ i podaj zera.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - kx + 6$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji f.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. -11 **B.** -7

C. 7 **D.** 11

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(2) = 0$ daje jakie k?
Odpowiedź: .....

3. Podaj zera $f(x) = x(x - 2)$.
Odpowiedź: .....

4. Ile zer ma $f(x) = (x - 2)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 3$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(3) = 0$ daje jakie k?
Odpowiedź: .....

3. Podaj zera $f(x) = x(x - 3)$.
Odpowiedź: .....

4. Ile zer ma $f(x) = (x - 3)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 4$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(4) = 0$ daje jakie k?
Odpowiedź: .....

3. Podaj zera $f(x) = x(x - 4)$.
Odpowiedź: .....

4. Ile zer ma $f(x) = (x - 4)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 5$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(5) = 0$ daje jakie k?
Odpowiedź: .....

3. Podaj zera $f(x) = x(x - 5)$.
Odpowiedź: .....

4. Ile zer ma $f(x) = (x - 5)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 11. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = x^2 - kx + 2$ i $f(1) = 0$.

$k = 1$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = x(x - 2)$. Uczeń podaje wszystkie zera.

$x = 2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

Funkcja ma dwa zera.

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 11. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = x^2 - kx + 3$ i $f(1) = 0$.

$k = 2$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = x(x - 3)$. Uczeń podaje wszystkie zera.

$x = 3$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = (x - 3)^2 + 1$.

Funkcja ma dwa zera.

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Łuk ma profil $h(x) = -x^2 + kx$ i kończy się na ziemi w x=4. Wyznacz k.

Kontekst: Zera modelu kwadratowego / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Zysk firmy opisano umownie $Z(x) = x^2 - kx + 4$. Dla x=1 zysk jest zerowy. Oblicz k.

Kontekst: Punkt opłacalności / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu pomiarowym $f(t) = t^2 - kt$ pierwszy dodatni moment zerowego odchylenia to 4. Oblicz k.

Kontekst: Warunek zerowania modelu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Parabola $y = x^2 - kx + c$ przecina oś Ox w 1 i 4. Odtwórz k i c.

Kontekst: Model odtworzony z zer / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 11, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dziedzina i znaki funkcji

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 3$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 3 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości.

2 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 3$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 3 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Rozwiąż $f(x) = 2$.

3 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 3$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 3 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Podaj największą wartość i wszystkie argumenty jej osiągania.

4 KROK DALEJ

Dana jest $f(x) = x + 3$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 3 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Wyznacz zbiór $\{x : f(x) > 1\}$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

$g(x) = |x - 3| + |x - (7)|$. Wyznacz minimum g i wszystkie argumenty, dla których jest osiągane.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz, zależnie od m, liczbę rzeczywistych rozwiązań $|x - 3| + |x - (7)| = m$. Uzasadnij wszystkie przypadki.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 12.1–12.2, s. 12–13. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dziedzina i znaki funkcji

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Wartość f(x) odczytuj tylko z części wzoru obejmującej dany x. Nawias kwadratowy włącza koniec przedziału, a okrągły go wyłącza.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$f(x) = x + 3$ dla $x \in [-2, 2]$. Oblicz f(1).

2 JEDEN KROK DALEJ

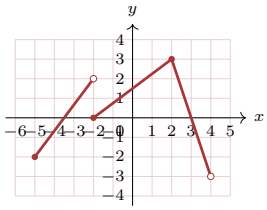
$f(x) = |x - 3|$. Podaj minimum i argument minimum.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 4 PKT

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(x-0) + \frac{14}{3} & \text{dla } x \in [-5, -2), \\ \frac{3}{4}(x-0) + \frac{3}{2} & \text{dla } x \in [-2, 2], \\ -3(x-0) + 9 & \text{dla } x \in (2, 4). \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Zadanie 12.1. (0–2)
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby.
1. Funkcja f ma dokładnie …miejsca zerowe.
2. Funkcja f osiąga największą wartość dla argumentu …

Zadanie 12.2. (0–2)
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały.
1. Dziedziną funkcji f jest przedział …
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których f przyjmuje wartości nieujemne, jest przedział …

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 3|$. Oblicz $f(3)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 3$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-3, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 3| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 4|$. Oblicz $f(4)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 4$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-4, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 4| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 5|$. Oblicz $f(5)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 5$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-5, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 5| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 6|$. Oblicz $f(6)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 6$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-6, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 6| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 12. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = |x - 3|$. Uczeń szuka minimum.
$\min f = -3$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wykres ma dziedzinę $(-2, 3]$.
Punkt o x=-2 należy do wykresu.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $|x - 3| = 2$.
$x = 5$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 12. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = |x - 4|$. Uczeń szuka minimum.
$\min f = -4$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wykres ma dziedzinę $(-2, 3]$.
Punkt o x=-2 należy do wykresu.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $|x - 4| = 2$.
$x = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Wędrówka jest opisana odległością od domu: $d(t) = t$ dla $0 \le t \le 5$, potem $d(t) = 2(5) - t$ aż do powrotu. Po jakim czasie nastąpi powrót?

Kontekst: Funkcje określone przedziałami / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Taryfa wynosi 10 zł do 2 godzin włącznie i po 4 zł za każdą kolejną pełną godzinę. Oblicz koszt 5 godzin.

Kontekst: Modele przedziałowe / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu temperatura $T(t) = 3 + |t - 5|$ °C dla $0 \le t \le 10$. Kiedy osiąga minimum?

Kontekst: Dziedzina i wartości modeli / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Model $d(x) = |x - p|$ opisuje odległość. Wiadomo, że $d(0) = 6$ i $p > 0$. Odtwórz p i wskaż punkt minimalnej odległości.

Kontekst: Od wartości do argumentu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 12.1–12.2, s. 12–13. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Symetria i przesunięcie paraboli

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$f(x) = (x-3)^2 - 4$. Wyznacz wierzchołek i zera $g(x) = f(x+3)$.

2 UTRWALENIE +

Wierzchołek f to $(3, 3)$. Gdzie leży wierzchołek $g(x) = f(x-2) + 5$?

3 UTRWALENIE +

$f(x) = (x-3)^2$, $g(x) = f(x+s)$. Wyznacz s, gdy wierzchołek g ma x=1.

4 KROK DALEJ

$f(x) = (x-3)^2$. Rozwiąż $f(x) = f(x+2)$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że wykresy $f(x) = (x-3)^2$ i $g(x) = f(x-2)$ przecinają się na osi symetrii leżącej w połowie między ich osiami.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Sklasyfikuj liczbę rzeczywistych rozwiązań równania $((x-3)^2-4)^2 = m$ zależnie od m. Uzasadnij przejścia między przypadkami.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Symetria i przesunięcie paraboli

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $f(x-h)+k$ przesuwa wykres f o h w prawo i k w górę. Znak w argumencie działa przeciwnie do kierunku przesunięcia.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Wierzchołek f to $(3,1)$. Podaj wierzchołek $f(x-1)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

$f(x)=x^2$. Zapisz wzór po przesunięciu o 3 w lewo.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $W=(-3,7)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Liczba t spełnia warunki $f(t)=f(-9)$ oraz $t\neq -9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba t jest równa

A. 3 **B.** 9

C. 15 **D.** 21

Zadanie 13.2. (0–1)

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x)=f(x-5)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek wykresu g ma współrzędne

A. $(-8,7)$ **B.** $(-3,2)$

C. $(-3,12)$ **D.** $(2,7)$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 13.1–13.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = (x-3)^2$. Podaj argument minimum.
Odpowiedź: .....

2. Wykres $f(x-2)$ przesuwamy w lewo czy w prawo względem f?
Odpowiedź: .....

3. Wierzchołek f to $(3, 1)$. Podaj wierzchołek $f(x+1)$.
Odpowiedź: .....

4. $f(2) = 0$ i $g(x) = f(x+2)$. Podaj jedno zero g.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = (x-4)^2$. Podaj argument minimum.
Odpowiedź: .....

2. Wykres $f(x-3)$ przesuwamy w lewo czy w prawo względem f?
Odpowiedź: .....

3. Wierzchołek f to $(4, 1)$. Podaj wierzchołek $f(x+1)$.
Odpowiedź: .....

4. $f(2) = 0$ i $g(x) = f(x+3)$. Podaj jedno zero g.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = (x-5)^2$. Podaj argument minimum.
Odpowiedź: .....

2. Wykres $f(x-4)$ przesuwamy w lewo czy w prawo względem f?
Odpowiedź: .....

3. Wierzchołek f to $(5, 1)$. Podaj wierzchołek $f(x+1)$.
Odpowiedź: .....

4. $f(2) = 0$ i $g(x) = f(x+4)$. Podaj jedno zero g.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = (x-6)^2$. Podaj argument minimum.
Odpowiedź: .....

2. Wykres $f(x-5)$ przesuwamy w lewo czy w prawo względem f?
Odpowiedź: .....

3. Wierzchołek f to $(6, 1)$. Podaj wierzchołek $f(x+1)$.
Odpowiedź: .....

4. $f(2) = 0$ i $g(x) = f(x+5)$. Podaj jedno zero g.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 13. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (x-3)^2$, $g(x) = f(x-2)$. Uczeń podaje wierzchołek g.
$(1, 0)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wierzchołek f to $(3, 1)$. Uczeń przesuwa wykres o 2 w górę.
$(5, 1)$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $g(x) = f(x+2)$. Uczeń opisuje przesunięcie.
W prawo o 2.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 13. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (x-4)^2$, $g(x) = f(x-3)$. Uczeń podaje wierzchołek g.
$(1, 0)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wierzchołek f to $(4, 1)$. Uczeń przesuwa wykres o 2 w górę.
$(6, 1)$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $g(x) = f(x+3)$. Uczeń opisuje przesunięcie.
W prawo o 3.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Profil przeszkody to $f(x) = (x-5)^2$. Po przesunięciu go o 3 m w prawo zapisz nowy profil g.

Kontekst: Przesunięcia paraboli / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Model przychodu to $R(x) = -(x-5)^2 + 100$. Sprzedaż po zmianie warunków opisuje $S(x) = R(x+2)$. Dla jakiego x przychód S jest największy?

Kontekst: Model kwadratowy w ekonomii / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu $T(t) = (t-5)^2+5$ minimum jest chwilą reakcji. Drugi eksperyment ma przebieg $U(t) = T(t-1)$. Kiedy wystąpi jego minimum?

Kontekst: Przesunięte modele / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Profil $g(x) = (x-8)^2$ powstał przez przesunięcie $f(x) = (x-5)^2$. Odtwórz kierunek i długość przesunięcia.

Kontekst: Odtwarzanie przesunięcia / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 13.1–13.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Ciąg dany rekurencyjnie

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_4.

2 UTRWALENIE +

$a_n = (2+1)2^{n-1} - 1$. Oblicz a_1 i a_3.

3 UTRWALENIE +

$a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Pokaż, że $b_n = a_n + 1$ jest ciągiem geometrycznym.

4 KROK DALEJ

$a_n = (2+1)2^{n-1} - 1$. Wyznacz n, jeśli $a_n = 23$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż bez wypisywania wszystkich wyrazów, że ciąg $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 1$ jest rosnący i od drugiego wyrazu ma tylko liczby nieparzyste.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

$a_1 = t$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$, gdzie t jest dodatnią liczbą całkowitą. Wyznacz wszystkie pary (t,n), dla których $a_n = 2^5 - 1$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Ciąg dany rekurencyjnie

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W rekurencji obliczaj kolejne wyrazy w podanej kolejności. We wzorze ogólnym podstaw właściwy indeks: pierwszy wyraz ma n=1.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 3$. Oblicz a_2.

2 JEDEN KROK DALEJ

$a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n - 6$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Piąty wyraz ciągu jest równy

A. -4 **B.** -16

C. -22 **D.** -28

Zadanie 14.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.	P	F
Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 2$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 3$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 4$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 5$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 5, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n + 1.$

$a_2 = 4$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}.$

$a_1 = 4$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2.$

$a_n = 2 + 2n$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1.$

$a_2 = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$

$a_1 = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2.$

$a_n = 3 + 2n$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Licznik automatu zaczyna od 2. Każdy etap podwaja stan i dodaje 1. Podaj stan po dwóch etapach.

Kontekst: Przekształcenie rekurencji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W symulacji saldo początkowe to 2 zł. Co etap podwaja się je i dopłaca 1 zł. Oblicz saldo po trzech etapach.

Kontekst: Rekurencyjny model salda / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Umowny model liczebności to $u_1 = 2$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Ile wynosi u_4?

Kontekst: Model kolejnych etapów / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Reguła pomiaru brzmi $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Raport podaje $u_2 = 5$. Odtwórz u_1 i u_3.

Kontekst: Odtwarzanie wyrazów / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 14.1–14.2, s. 15. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Suma ciągu arytmetycznego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W ciągu arytmetycznym $a_2 = 8, a_7 = 18$. Wyznacz a_1 i różnicę.

2 UTRWALENIE +

$a_1 = 6, d = 2$. Oblicz sumę dziesięciu pierwszych wyrazów.

3 UTRWALENIE +

$a_n = 6 + (n-1)2$. Którym wyrazem jest liczba 22?

4 KROK DALEJ

Suma pierwszych n wyrazów ciągu $2, 4, 6, \ldots$ wynosi 30. Wyznacz naturalne n.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że w dowolnym ciągu arytmetycznym suma pięciu kolejnych wyrazów jest pięciokrotnością środkowego.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie rosnące ciągi arytmetyczne dodatnich liczb całkowitych, które mają co najmniej trzy wyrazy i sumę 21. Podaj pierwszy wyraz, różnicę i długość.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Suma ciągu arytmetycznego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a_n = a_1 + (n-1)d$ i $S_n = n(a_1 + a_n)/2$. Między wyrazami a_k i a_l jest $|l-k|$ przyrostów.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 6, d = 2$. Oblicz a_3.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz różnicę ciągu zaczynającego się od $6, 8, 10$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Czterowyrazowy ciąg $(7, a_2, a_3, a_4)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 54. **Oblicz drugi wyraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.**

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 15, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 6, d = 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $6, 8, 10$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 2n + 6$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -2 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 7, d = 3$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $7, 10, 13$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 3n + 7$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -3 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 8, d = 4$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $8, 12, 16$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4n + 8$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -4 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 9, d = 5$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $9, 14, 19$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5n + 9$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -5 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 15. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 6, d = 2$. Uczeń oblicza a_5.
$a_5 = 16$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 6, a_5 = 14$. Uczeń wyznacza różnicę.
$d = \frac{8}{5}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 6, a_4 = 12$. Obliczono S_4.
$S_4 = 72$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 15. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 7, d = 3$. Uczeń oblicza a_5.
$a_5 = 22$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 7, a_5 = 19$. Uczeń wyznacza różnicę.
$d = \frac{12}{5}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 7, a_4 = 16$. Obliczono S_4.
$S_4 = 92$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W pierwszym rzędzie jest 8 miejsc, a w każdym następnym o 2 więcej. Ile miejsc ma dziesiąty rząd?

Kontekst: Ciąg arytmetyczny w układzie rzędów / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W symulacji odkładasz 8 zł pierwszego dnia i codziennie o 2 zł więcej. Ile odłożysz przez 5 dni?

Kontekst: Równe przyrosty oszczędności / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu pomiarowym odczyty co minutę to $8, 10, 12, \ldots$ mm. Przy stałym przyroście jaki będzie szósty odczyt?

Kontekst: Modele o stałym przyroście / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Raport podaje $a_2 = 10$ oraz $a_5 = 16$ ciągu arytmetycznego. Odtwórz a_1 i d.

Kontekst: Odtworzenie ciągu z pomiarów / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 15, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Iloczyn pięciu wyrazów geometrycznych

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$a_1 = 4, q = -2$. Oblicz a_5 i określ znak a_6.

2 UTRWALENIE +

$a_2 = 8, a_4 = 32$ oraz q>0. Wyznacz q i a_1.

3 UTRWALENIE +

W dodatnim ciągu geometrycznym $a_3 = 4$. Oblicz iloczyn $a_1a_2a_3a_4a_5$.

4 KROK DALEJ

$a_1 = 4, q = 2$. Wyznacz n, jeśli $a_n = 128$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla trzech dodatnich kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego zachodzi $a_1 + a_3 \geq 2a_2$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie rosnące trójki dodatnich liczb całkowitych tworzących ciąg geometryczny, którego środkowy wyraz wynosi 8.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 16, s. 17. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Iloczyn pięciu wyrazów geometrycznych

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a_n = a_1 q^{n-1}$. Dla trzech kolejnych wyrazów $a_2^2 = a_1 a_3$. Dodatkowe założenia pomagają wybrać znak q.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 4, q = 2$. Oblicz a_3.

2 JEDEN KROK DALEJ

$a_1 = 4, a_2 = 12$. Podaj iloraz.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Pięciowyrazowy ciąg $(a_1, a_2, 2, a_4, a_5)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn $a_1 \cdot a_2 \cdot 2 \cdot a_4 \cdot a_5$ jest równy

A. 2 **B.** 16

C. 32 **D.** 64

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 4, q = 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $4, 8, 16$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 4, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 5, q = 3$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $5, 15, 45$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 5, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 6, q = 4$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $6, 24, 96$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 6, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 7, q = 5$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $7, 35, 175$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 7, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 16. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 4, q = 2$. Uczeń liczy a_4.

$a_4 = 64$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 4, a_2 = 8$. Wyznaczono iloraz.

$q = \frac{1}{2}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 4, q = -2$. Obliczono a_2.

$a_2 = 8$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 16. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 5, q = 3$. Uczeń liczy a_4.

$a_4 = 405$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 5, a_2 = 15$. Wyznaczono iloraz.

$q = \frac{1}{3}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 5, q = -2$. Obliczono a_2.

$a_2 = 10$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Warstwy konstrukcji mają kolejno $6, 12, 24, \ldots$ elementów. Ile ma piąta warstwa w tym modelu?

Kontekst: Powtarzany mnożnik / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny kapitał 600 zł co okres mnoży się przez 2. Jaki jest po trzech okresach? Pomijamy podatki.

Kontekst: Model procentowego wzrostu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu populacja zaczyna od 6 jednostek i podwaja się co etap. Ile będzie po czterech etapach?

Kontekst: Wzrost geometryczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Dodatni ciąg geometryczny ma $a_1 = 6$ i $a_3 = 54$. Odtwórz dodatni iloraz q.

Kontekst: Odtworzenie mnożnika / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 16, s. 17. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Sinus i krótsza przyprostokątna

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 20, a $\sin\alpha = 3/5$. Oblicz obie przyprostokątne.

2 UTRWALENIE +

Przyprostokątne mają długości 12 i 16. Oblicz sinus, cosinus i tangens kąta naprzeciw krótszego boku.

3 UTRWALENIE +

Przeciwprostokątna ma długość 20, a tangens jednego z kątów ostrych wynosi $3/4$. Oblicz pole trójkąta.

4 KROK DALEJ

Przeciwprostokątna ma długość 20, a suma przyprostokątnych wynosi 28. Oblicz pole bez wyznaczania boków.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że suma przyprostokątnych trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej c nie przekracza $c\sqrt{2}$. Kiedy jest równość?

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie trójkąty prostokątne o obwodzie 48 i przeciwprostokątnej 20. Uzasadnij jednoznaczność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Sinus i krótsza przyprostokątna

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a^2 + b^2 = c^2$. Sinus: przeciwległa/c; cosinus: przyległa/c; tangens: przeciwległa/przyległa.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Przyprostokątne mają długości 12 i 16. Oblicz przeciwprostokątną.

2 JEDEN KROK DALEJ

Naprzeciw kąta α leży bok 12, a przeciwprostokątna ma długość 20. Oblicz $\sin\alpha$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dany jest trójkąt prostokątny o takim kącie α, że $\sin\alpha = \frac{1}{4}$. Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość 8.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Krótsza przyprostokątna ma długość

A. 1 **B.** 2

C. 4 **D.** $2\sqrt{15}$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz przeciwprostokątną dla boków 12, 16.
Odpowiedź: .....

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$. Oblicz cosinus.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz pole prostokątnego trójkąta o przyprostokątnych 4, 8.
Odpowiedź: .....

4. Przeciwległa przyprostokątna: 4, przyległa: 3. Podaj tangens.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz przeciwprostokątną dla boków 15, 20.
Odpowiedź: .....

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$. Oblicz cosinus.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz pole prostokątnego trójkąta o przyprostokątnych 5, 10.
Odpowiedź: .....

4. Przeciwległa przyprostokątna: 4, przyległa: 3. Podaj tangens.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz przeciwprostokątną dla boków 18, 24.
Odpowiedź: .....

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$. Oblicz cosinus.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz pole prostokątnego trójkąta o przyprostokątnych 6, 12.
Odpowiedź: .....

4. Przeciwległa przyprostokątna: 4, przyległa: 3. Podaj tangens.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz przeciwprostokątną dla boków 21, 28.
Odpowiedź: .....

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$. Oblicz cosinus.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz pole prostokątnego trójkąta o przyprostokątnych 7, 14.
Odpowiedź: .....

4. Przeciwległa przyprostokątna: 4, przyległa: 3. Podaj tangens.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 17. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Przyprostokątne mają długości 12 i 16.

$c = 12 + 16 = 28.$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$.

$\cos\alpha = 1 - 3/5 = 2/5.$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Przyprostokątne: 12, 16.

$P = 192.$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 17. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Przyprostokątne mają długości 15 i 20.

$c = 15 + 20 = 35.$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma sinus $3/5$.

$\cos\alpha = 1 - 3/5 = 2/5.$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Przyprostokątne: 15, 20.

$P = 300.$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Drabina długości 20 m stoi podstawą 12 m od pionowej ściany. Na jaką wysokość sięga?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Wspornik jest przekątną prostokątnej ramy o bokach 12 i 16 dm. Jaka jest łączna długość dwóch takich wsporników?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu doświadczenia ruch poziomy ma długość 12 cm, a prostopadły pionowy 16 cm. Oblicz odległość końca toru od początku.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Rama ma przekątną 20 dm i bok 12 dm. Odtwórz drugi bok oraz pole ramy.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 17, s. 17. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Kąt wpisany i średnica

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Punkty A,B,C,D leżą na okręgu. C i D leżą na tym samym łuku AB. Kąt ACB ma $27°$. Oblicz ADB i mniejszy kąt AOB.

2 UTRWALENIE +

AB jest średnicą, C leży na okręgu, a kąt CAB ma $27°$. Oblicz kąt ABC.

3 UTRWALENIE +

W czworokącie ABCD wpisanym w okrąg kąt A ma $102°$, a kąt B ma $72°$. Oblicz C i D.

4 KROK DALEJ

Cięciwy AB i CD przecinają się wewnątrz okręgu w P. Łuki AC i BD niezawierające pozostałych końców mają $54°$ i $74°$. Oblicz kąt APC.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że suma miar przeciwległych kątów dowolnego czworokąta wpisanego w okrąg wynosi $180°$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Trójkąt ABC jest równoboczny, P leży na krótszym łuku BC jego okręgu opisanego. Wykaż $PA = PB + PC$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Kąt wpisany i średnica

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Na tym samym łuku: środkowy = 2 · wpisany. Kąt oparty na średnicy ma $90°$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

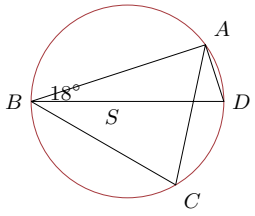
Kąt środkowy oparty na krótszym łuku ma $54°$. Ile ma kąt wpisany oparty na tym samym łuku?

2 JEDEN KROK DALEJ

Odcinek AB jest średnicą okręgu, a C leży na okręgu poza A i B. Podaj miarę kąta ACB.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Punkty A, B, C oraz D leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek BD jest średnicą tego okręgu oraz $|\angle ABD| = 18°$. Punkt D leży na krótszym łuku CA (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Miara kąta ostrego BCA jest równa

A. $36°$ **B.** $60°$

C. $72°$ **D.** $81°$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 18, s. 18. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 27°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 64°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 110°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 28°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 66°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 111°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 29°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 68°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 112°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 30°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 70°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 113°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 18. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt wpisany ma 27°.
Środkowy na tym samym łuku ma $\frac{27}{2}°$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. AB jest średnicą, C leży na okręgu poza A i B.
Kąt ACB ma 180°.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Kąt A czworokąta wpisanego ma 100°.
Przeciwległy C ma 100°.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 18. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt wpisany ma 28°.
Środkowy na tym samym łuku ma 14°.
Poprawa i uzasadnienie:

2. AB jest średnicą, C leży na okręgu poza A i B.
Kąt ACB ma 180°.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Kąt A czworokąta wpisanego ma 101°.
Przeciwległy C ma 101°.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Na planie okrągłej areny kamera O widzi łuk AB pod kątem środkowym $54°$. Jaki kąt widzi obserwator C na przeciwległym łuku okręgu?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Dwa słupki A,B są końcami średnicy okrągłej ekspozycji. Trzeci słupek C stoi na jej obwodzie. Jaki kąt muszą tworzyć podpory CA i CB?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W płaskim modelu obserwacji trzy punkty A,B,C leżą na okręgu, a środkowy kąt AOB wynosi $54°$. C leży na większym łuku AB. Oblicz kąt ACB.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Obserwator na obwodzie okręgu widzi krótszy łuk pod kątem $27°$. Odtwórz miarę środkową tego łuku.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Twierdzenie Talesa

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W trójkącie ABC punkty D na AB i E na AC spełniają DE równoległe do BC. Dane: $AD = 6, AB = 15, AE = 9$. Oblicz AC.

2 UTRWALENIE +

Obwody podobnych trójkątów wynoszą 36 i 54. Pole mniejszego to 72. Oblicz pole większego.

3 UTRWALENIE +

Ramiona kąta przecięto równoległymi BC i DE, z A-B-D oraz A-C-E. $AB = 9, BD = 6, BC = 18$. Oblicz DE.

4 KROK DALEJ

W trójkącie ABC odcinek DE równoległy do BC odcina przy A trójkąt o polu 81. Pole trapezu DBCE wynosi 144. Oblicz AD/AB.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

DE łączy środki boków AB i AC trójkąta ABC. Wykaż, że pole trapezu DBCE stanowi 3/4 pola ABC.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

D i E są środkami BC i AC. Środkowe AD i BE przecinają się w G. Wykaż $AG = 2GD$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Twierdzenie Talesa

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W podobieństwie długości i obwody zmieniają się w skali k, a pola w skali k^2. Równoległe przekroje tworzą podobne trójkąty.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

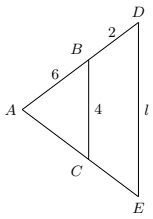
Bok pierwszego trójkąta ma długość 9. Skala podobieństwa drugiego do pierwszego to 2. Oblicz odpowiadający bok.

2 JEDEN KROK DALEJ

Skala długości wynosi 3. Ile wynosi skala pól?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Ramiona kąta o wierzchołku w punkcie A przecięto prostymi równoległymi k i l. Prosta k przecina ramiona w punktach B i C, a l w punktach D i E. Punkty B, D leżą na jednym ramieniu, a C, E na drugim. Ponadto $|AB| = 6$, $|BC| = 4$ oraz $|BD| = 2$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Odcinek DE ma długość

A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{16}{3}$

C. 6 **D.** 8

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 3 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 6 i 15 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 4 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 8 i 20 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 5 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 10 i 25 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 6 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 12 i 30 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 19. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.
Pole zmieniło się w skali 3.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok wzrósł z 6 do 12.
Skala wynosi $1/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. DE łączy środki AB i AC.
$P_{ADE} = P_{ABC}/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 19. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.
Pole zmieniło się w skali 3.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok wzrósł z 7 do 14.
Skala wynosi $1/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. DE łączy środki AB i AC.
$P_{ADE} = P_{ABC}/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Plan wykonano w skali 1:100. Bok na planie ma 3 cm. Jaka jest rzeczywista długość w metrach?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Nowy szyld jest podobny do starego w skali 2. Stary zużywał 3 jednostek folii. Ile zużyje nowy przy tej samej ilości folii na jednostkę pola?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Na modelu preparatu podobny fragment ma bok 6 mm zamiast 3 mm. Ile razy większe jest pole jego obrazu?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Pole podobnej działki jest 9 razy większe. Krótszy bok pierwotnej działki miał 6 m. Odtwórz długość odpowiadającego boku większej działki.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 19, s. 19. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dowód zależności między kątami

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

ABC jest ostrokątny, CD to wysokość, BE środkowa; D leży na AB, E na AC. Dane DB=DE i kąt ABE=20 stopni. Oblicz CAB.

2 UTRWALENIE +

Przy tych samych założeniach (CD wysokość, BE środkowa, DB=DE) kąt CAB wynosi 40 stopni. Oblicz ABE.

3 UTRWALENIE +

Prostokątny ADC ma AC=20. E jest środkiem AC i DB=DE, gdzie B leży na półprostej DA za D. Oblicz DB i EA.

4 KROK DALEJ

W trójkącie prostokątnym ADC punkt E jest środkiem AC. Udowodnij, że EA=ED, a następnie porównaj kąty EAD i ADE.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

ABC jest ostrokątny; CD jest wysokością, BE środkową. Jeśli DB=DE, wykaż $\angle CAB = 2\angle ABE$. Zaznacz, gdzie używasz każdego założenia.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

ABC jest ostrokątny; CD jest wysokością, BE środkową. Wykaż odwrotność: jeśli $\angle CAB = 2\angle ABE$, to DB=DE.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dowód zależności między kątami

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Środek przeciwprostokątnej jest równoodległy od trzech wierzchołków. W równoramiennym trójkącie kąty przy podstawie są równe.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

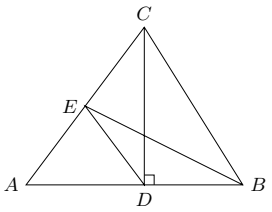
Prostokątny trójkąt ADC ma przeciwprostokątną AC długości 4. E jest środkiem AC. Oblicz ED.

2 JEDEN KROK DALEJ

Trójkąt DBE jest równoramienny, DB=DE, a kąt DBE ma $20°$. Oblicz BDE.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

W trójkącie ostrokątnym ABC punkt D leży na boku AB, a punkt E na boku AC. Odcinek BE jest środkową, a CD wysokością tego trójkąta. Ponadto $|DB| = |DE|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|\angle CAB| = 2|\angle ABE|$**.**

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przeciwprostokątna ma 4. E jest jej środkiem. Ile wynosi odległość E od trzeciego wierzchołka?
Odpowiedź: .....

2. Dwa kąty trójkąta równoramiennego mają po 20 stopni. Oblicz trzeci.
Odpowiedź: .....

3. $\alpha = 2\beta$, $\beta = 20°$. Oblicz α.
Odpowiedź: .....

4. Jak środkowa BE dzieli bok AC?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przeciwprostokątna ma 6. E jest jej środkiem. Ile wynosi odległość E od trzeciego wierzchołka?
Odpowiedź: .....

2. Dwa kąty trójkąta równoramiennego mają po 21 stopni. Oblicz trzeci.
Odpowiedź: .....

3. $\alpha = 2\beta$, $\beta = 21°$. Oblicz α.
Odpowiedź: .....

4. Jak środkowa BE dzieli bok AC?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przeciwprostokątna ma 8. E jest jej środkiem. Ile wynosi odległość E od trzeciego wierzchołka?
Odpowiedź: .....

2. Dwa kąty trójkąta równoramiennego mają po 22 stopni. Oblicz trzeci.
Odpowiedź: .....

3. $\alpha = 2\beta$, $\beta = 22°$. Oblicz α.
Odpowiedź: .....

4. Jak środkowa BE dzieli bok AC?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przeciwprostokątna ma 10. E jest jej środkiem. Ile wynosi odległość E od trzeciego wierzchołka?
Odpowiedź: .....

2. Dwa kąty trójkąta równoramiennego mają po 23 stopni. Oblicz trzeci.
Odpowiedź: .....

3. $\alpha = 2\beta$, $\beta = 23°$. Oblicz α.
Odpowiedź: .....

4. Jak środkowa BE dzieli bok AC?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 20. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. CD jest wysokością ABC.
D jest środkiem AB.
Poprawa i uzasadnienie:

2. BE jest środkową trójkąta ABC.
BE jest prostopadłe do AC.
Poprawa i uzasadnienie:

3. W opisanym układzie DB=DE i ABE=20 stopni.
CAB=20 stopni.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 20. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. CD jest wysokością ABC.
D jest środkiem AB.
Poprawa i uzasadnienie:

2. BE jest środkową trójkąta ABC.
BE jest prostopadłe do AC.
Poprawa i uzasadnienie:

3. W opisanym układzie DB=DE i ABE=21 stopni.
CAB=21 stopni.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Trójkątna rama ADC ma kąt prosty przy D i przekątny bok AC=20 dm. E jest środkiem AC. Oblicz długość wspornika ED.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Do prostokątnej trójkątnej ramy z przeciwprostokątną 20 dm dodaje się pręt od kąta prostego do środka przeciwprostokątnej. Ile dm materiału potrzeba?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu trójkątnej próbki z kątem prostym przeciwprostokątna ma 4 mm. Jej środek łączy się z trzecim wierzchołkiem. Oblicz odległość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

W prostokątnym trójkątnym elemencie odcinek od kąta prostego do środka przeciwprostokątnej ma 2 cm. Odtwórz długość przeciwprostokątnej.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 20, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Cosinus kąta rozwartego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Kąt rozwarty ma sinus $3/5$. Oblicz $4\sin\alpha/\tan\alpha$.

2 UTRWALENIE +

Kąt ostry spełnia $\sin\alpha = 5/13$. Oblicz $\tan\alpha + 1/\tan\alpha$.

3 UTRWALENIE +

Kąt ostry spełnia $4\sin\alpha = 5\cos\alpha$. Oblicz tangens i kwadrat sinusa.

4 KROK DALEJ

Kąt ostry spełnia $\sin\alpha + \cos\alpha = 7/5$. Oblicz $\sin\alpha\cos\alpha$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla kąta ostrego $\sin\alpha + \cos\alpha \leq \sqrt{2}$. Wskaż warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź najmniejszą wartość $1/\sin^2\alpha + 1/\cos^2\alpha$ dla $0 < \alpha < 90°$. Uzasadnij i wskaż wszystkie przypadki równości.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Cosinus kąta rozwartego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$. Dla kąta rozwartego cosinus jest ujemny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Kąt ostry ma $\sin\alpha = 3/5$. Oblicz $\cos\alpha$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Kąt rozwarty ma $\sin\alpha = 3/5$. Oblicz $\tan\alpha$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Kąt α jest rozwarty oraz $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus kąta α jest równy

A. $-\frac{4}{5}$ **B.** $-\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{4}{5}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 21, s. 21. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $4\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $5\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $6\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $7\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 21. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt rozwarty ma sinus $3/5$.
$\cos\alpha = 4/5$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma tangens $3/4$.
$\sin\alpha = 3/4$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń korzysta z jedynki trygonometrycznej.
$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 21. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt rozwarty ma sinus $5/13$.
$\cos\alpha = 12/13$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma tangens $5/12$.
$\sin\alpha = 5/12$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń przekształca jedynkę trygonometryczną.
$\cos^2\alpha = 1 - \sin\alpha$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Rampa długości 20 m wznosi się pod kątem o sinusie $3/5$. Oblicz jej wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Element trójkątnej podpory ma rzut poziomy 16 dm i kąt nachylenia o tangensie $3/4$. Ile dm materiału wymaga pionowy element?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu ruchu wektor jednostkowy tworzy kąt rozwarty o sinusie $5/13$. Wyznacz jego składową poziomą.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Miernik pokazuje składowe jednostkowego kierunku: poziomą $-4/5$ i pionową $3/5$. Odtwórz tangens kąta i określ, czy kąt jest ostry, czy rozwarty.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 21, s. 21. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Przekątne równoległoboku

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W równoległoboku ABCD bok AB leży na y=3, a AD na y=3 x−6. Dane: D=(6,12), środek AB to K=(9,3). Wyznacz przecięcie przekątnych.

2 UTRWALENIE +

W równoległoboku A=(3,3), B=(15,3), D=(6,12). Wyznacz C i pole równoległoboku.

3 UTRWALENIE +

S=(0,0) jest przecięciem przekątnych równoległoboku. A=(3,6), B=(9,-3). Wyznacz C,D i środek AB.

4 KROK DALEJ

Przekątna kwadratu ma końce A=(0,0), C=(18,24). Wyznacz dwa pozostałe wierzchołki.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że środkowe dowolnego trójkąta o wierzchołkach A,B,C przecinają się w punkcie $G = (A + B + C)/3$ (współrzędne liczymy osobno).

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Kwadrat ma przekątną o końcach (0,0) i (u,v), gdzie u,v są całkowite i nie są oba zerem. Wyznacz warunek konieczny i wystarczający, aby pozostałe wierzchołki miały całkowite współrzędne.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Przekątne równoległoboku

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Odległość: $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Środek odcinka: średnie współrzędnych. Przekątne równoległoboku dzielą się na połowy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

K=(9,3) jest środkiem AB, A=(3,3). Wyznacz B.

2 JEDEN KROK DALEJ

Przekątne równoległoboku mają końce B=(15,3), D=(6,12). Wyznacz ich punkt przecięcia.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $D = (6, 19)$. Bok AB zawiera się w prostej $y = \frac{1}{2}x + 9$, a bok AD w prostej $y = 4x + (-5)$. Punkt $K = (10, 14)$ jest środkiem odcinka AB. Przekątne przecinają się w punkcie S.

Oblicz współrzędne punktu S. Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 22, s. 22. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (9,12).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(6,12).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 3. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(6,0),(0,3). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (12,16).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(8,16).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 4. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(8,0),(0,4). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (15,20).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(10,20).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 5. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(10,0),(0,5). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (18,24).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(12,24).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 6. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(12,0),(0,6). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 22. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $A = (3, 3)$, a $K = (9, 3)$ jest środkiem AB.
$B = K - A = (6, 0)$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. W równoległoboku $B = (12, 0)$ i $D = (3, 9)$.
Przecięcie przekątnych to $(15, 9)$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Boki AB i AD zawierają się w prostych $y = 3$ i $y = 2x - 3$.
$A = (0, 3)$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 22. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $A = (4, 4)$, a $K = (12, 4)$ jest środkiem AB.
$B = K - A = (8, 0)$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. W równoległoboku $B = (16, 0)$ i $D = (4, 12)$.
Przecięcie przekątnych to $(20, 12)$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Boki AB i AD zawierają się w prostych $y = 4$ i $y = 2x - 4$.
$A = (0, 4)$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Na planie punkt startu to (0,0), a cel (9,12); jednostka to 1 m. Oblicz długość najkrótszego odcinka łączącego punkty.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Kwadratowy panel ma kolejne narożniki (0,0) i (9,12) w dm. Oblicz ilość materiału potrzebnego do pokrycia panelu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu ruchu punkt przeszedł z (0,0) do (18,24) mm. Znajdź środek odcinka łączącego pozycje.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Trójkątny teren ma wierzchołki (0,0),(a,0),(0,9) w metrach. Jego pole wynosi 54 m². Odtwórz dodatnie a.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 22, s. 22. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Obwód kwadratu ze współrzędnych

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

A=(-4,4), B=(8,20) są kolejnymi wierzchołkami kwadratu. Oblicz jego obwód i pole.

2 UTRWALENIE +

A=(0,0), B=(16,0), C=(16,12). Oblicz pole ABC i środek jego przeciwprostokątnej.

3 UTRWALENIE +

A=(4,4), B=(20,8), D=(8,16) są wierzchołkami równoległoboku ABCD. Wyznacz C i punkt przecięcia przekątnych.

4 KROK DALEJ

Przekątna kwadratu ma końce A=(0,0), C=(24,32). Wyznacz dwa pozostałe wierzchołki.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że środkowe dowolnego trójkąta o wierzchołkach A,B,C przecinają się w punkcie $G = (A + B + C)/3$ (współrzędne liczymy osobno).

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Kwadrat ma przekątną o końcach (0,0) i (u,v), gdzie u,v są całkowite i nie są oba zerem. Wyznacz warunek konieczny i wystarczający, aby pozostałe wierzchołki miały całkowite współrzędne.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Obwód kwadratu ze współrzędnych

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Odległość: $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Środek odcinka: średnie współrzędnych. Przekątne równoległoboku dzielą się na połowy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

A=(0,0), B=(12,16). Oblicz AB.

2 JEDEN KROK DALEJ

A=(0,0), B=(16,0), C=(0,12). Oblicz pole ABC.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-3, 1)$ oraz $B = (1, -3)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód kwadratu jest równy

A. $4\sqrt{2}$ **B.** $16\sqrt{2}$

C. 16 **D.** 32

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (12,16).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(8,16).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 4. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(8,0),(0,4). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (15,20).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(10,20).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 5. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(10,0),(0,5). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (18,24).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(12,24).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 6. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(12,0),(0,6). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz odległość (0,0) od (21,28).
Odpowiedź: .....

2. Znajdź środek odcinka (0,0),(14,28).
Odpowiedź: .....

3. Kwadrat ma bok 7. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

4. Trójkąt ma wierzchołki (0,0),(14,0),(0,7). Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 23. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. A=(0,0), B=(12,16).
$AB = 28$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Końce odcinka: (0,0),(8,16).
Środek: (8,16).
Poprawa i uzasadnienie:

3. Przekątna kwadratu ma długość 8.
Pole wynosi 64.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 23. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. A=(0,0), B=(15,20).
$AB = 35$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Końce odcinka: (0,0),(10,20).
Środek: (10,20).
Poprawa i uzasadnienie:

3. Przekątna kwadratu ma długość 10.
Pole wynosi 100.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Na planie punkt startu to (0,0), a cel (12,16); jednostka to 1 m. Oblicz długość najkrótszego odcinka łączącego punkty.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Kwadratowy panel ma kolejne narożniki (0,0) i (12,16) w dm. Oblicz ilość materiału potrzebnego do pokrycia panelu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu ruchu punkt przeszedł z (0,0) do (24,32) mm. Znajdź środek odcinka łączącego pozycje.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Trójkątny teren ma wierzchołki (0,0),(a,0),(0,12) w metrach. Jego pole wynosi 96 m². Odtwórz dodatnie a.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 23, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Okrąg ze średnicy

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Odcinek A=(-8,-4), B=(16,28) jest średnicą. Wyznacz równanie okręgu.

2 UTRWALENIE +

Okrąg ma równanie $(x-4)^2+(y+4)^2=400$. Sprawdź, czy P=(16,-20) leży na okręgu.

3 UTRWALENIE +

Okrąg $(x-4)^2+(y+4)^2=400$ odbito względem osi Oy. Zapisz równanie obrazu.

4 KROK DALEJ

Okrąg ma środek (4,-4) i jest styczny do osi Ox. Wyznacz jego równanie i punkty przecięcia osi Oy.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że środki wszystkich okręgów przechodzących przez różne punkty A i B leżą na symetralnej AB.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

A=(-4,0), B=(4,0). Wyznacz zbiór wszystkich punktów P spełniających $PA^2+PB^2=64$ i uzasadnij jego kształt.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 24, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Okrąg ze średnicy

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. Środek średnicy: średnie współrzędnych. Symetria względem Oy zmienia znak x.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Okrąg ma środek (4,-4) i promień 20. Zapisz równanie.

2 JEDEN KROK DALEJ

Odcinek A=(-8,-4), B=(16,28) jest średnicą. Wyznacz środek okręgu.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (1, 1)$ i $B = (3, -1)$ jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg jest określony równaniem

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=8$

B. $x^2+(y-2)^2=2$

C. $(x-2)^2+y^2=2$

D. $(x-2)^2+y^2=8$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 24, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-4)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=16$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 8. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (4,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-5)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=25$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 10. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (5,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-6)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=36$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 12. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (6,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-7)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=49$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 14. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (7,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 24. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. S=(2,-3), promień 4.
$(x+2)^2+(y-3)^2=16$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. S=(0,0), promień 4.
$x^2+y^2=4$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. S=(2,-3), odbicie względem Oy.
Nowy środek to (2,3).
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 24. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. S=(2,-3), promień 5.
$(x+2)^2+(y-3)^2=25$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. S=(0,0), promień 5.
$x^2+y^2=5$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. S=(2,-3), odbicie względem Oy.
Nowy środek to (2,3).
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Okrągła rabata ma środek (4,-4) i promień 20 m na planie. Zapisz równanie jej brzegu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Końcami średnicy okrągłej tablicy są (-8,-4) i (16,28) dm. Oblicz pole powierzchni do pokrycia folią.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Tor w płaskim modelu ma równanie $(x-4)^2+(y+4)^2=400$ w cm. Czy punkt (16,-20) leży na torze?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Brzeg okrągłego obszaru opisuje równanie $(x-4)^2+(y+4)^2=400$. Odtwórz środek i średnicę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 24, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Wysokość ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Bok podstawy prawidłowego ostrosłupa czworokątnego wynosi 24. Ściana boczna tworzy z podstawą kąt $30°$. Oblicz wysokość i objętość.

2 UTRWALENIE +

Bok podstawy wynosi 24, a krawędź boczna tworzy z podstawą kąt $45°$. Oblicz wysokość prawidłowego ostrosłupa czworokątnego.

3 UTRWALENIE +

Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma bok podstawy 24 i wysokość 16. Oblicz wysokość ściany bocznej i pole boczne.

4 KROK DALEJ

Bok podstawy prawidłowego ostrosłupa czworokątnego wynosi 24, a wysokość ściany bocznej 20. Oblicz jego objętość.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

W prawidłowym ostrosłupie czworokątnym krawędź boczna tworzy z podstawą kąt α, a ściana boczna kąt β. Wykaż $\tan\beta = \sqrt{2}\tan\alpha$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Bok podstawy a i wysokość h prawidłowego ostrosłupa czworokątnego spełniają $a + h = 36$. Wyznacz największą objętość i uzasadnij bez pochodnych.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Wysokość ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Ostrosłup: $V = P_p h/3$. Kąt ściany mierzymy w przekroju przez środek boku; kąt krawędzi – przez wierzchołek podstawy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Prawidłowy ostrosłup czworokątny ma bok podstawy 24. Oblicz pole podstawy.

2 JEDEN KROK DALEJ

Ostrosłup ma pole podstawy 576 i wysokość 16. Oblicz objętość.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Każda z krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{6}$ **D.** $6\sqrt{2}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 25, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 4. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 48, wysokość 4. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 8. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 5. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 75, wysokość 5. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 10. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 6. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 108, wysokość 6. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 12. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 7. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 147, wysokość 7. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 14. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 25. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Pole podstawy 96, wysokość 4.

$V = 384$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok podstawy 24; kąt ściany z podstawą 30 stopni.

$h = 24 \tan 30°$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 24; wysokość bryły 16.

Wysokość ściany bocznej wynosi 16.

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 25. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Pole podstawy 150, wysokość 5.

$V = 750$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok podstawy 30; kąt ściany z podstawą 30 stopni.

$h = 30 \tan 30°$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 30; wysokość bryły 20.

Wysokość ściany bocznej wynosi 20.

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Dach ma kształt prawidłowego ostrosłupa czworokątnego o boku podstawy 24 m i wysokości 16 m. Oblicz objętość przestrzeni pod dachem.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Bok kwadratowej podstawy daszku to 24 dm, a wysokość ściany 20 dm. Ile dm^2 pokrycia potrzeba na cztery ściany?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu próbki użyto ostrosłupa o polu podstawy 576 mm^2 i wysokości 16 mm. Oblicz objętość modelu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Piramidalne opakowanie ma kwadratowy bok podstawy 24 cm i objętość 3072 cm^3. Odtwórz wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 25, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Powierzchnia i kąt stożka

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Promień stożka ma długość 6, a wysokość 8. Oblicz tworzącą i pole całkowite.

2 UTRWALENIE +

Tworząca stożka wynosi 10, a pole podstawy 36π. Oblicz wysokość i objętość.

3 UTRWALENIE +

Stożek ma tworzącą 4 i kąt rozwarcia $60°$. Oblicz promień i wysokość.

4 KROK DALEJ

Stożek i walec mają ten sam promień 6 i tę samą wysokość 8. O ile objętość walca jest większa od objętości stożka?

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że przekrój osiowy stożka jest równoboczny wtedy i tylko wtedy, gdy jego pole boczne jest dwa razy większe od pola podstawy.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Tworząca stożka ma stałą długość 10. Wyznacz promień i wysokość stożka o największej objętości. Uzasadnij bez pochodnych.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Powierzchnia i kąt stożka

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Stożek: $V = \pi r^2 h/3$, $P_b = \pi r l$, $l^2 = r^2 + h^2$. Kąt rozwarcia dzieli się na połowy w przekroju osiowym.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Stożek ma promień 6 i wysokość 8. Oblicz objętość.

2 JEDEN KROK DALEJ

Promień stożka wynosi 6, a tworząca 10. Oblicz pole boczne.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6.**Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.**

Pole powierzchni bocznej stożka jest dwukrotnie większe od pola jego podstawy.	P	F
Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 60°.	P	F

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 26, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień 2, wysokość 3. Oblicz V stożka.
Odpowiedź: .....

2. Promień 2, tworząca 4. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

3. Promień 6, wysokość 8. Podaj tworzącą.
Odpowiedź: .....

4. Ile podstaw ma stożek?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień 3, wysokość 3. Oblicz V stożka.
Odpowiedź: .....

2. Promień 3, tworząca 6. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

3. Promień 9, wysokość 12. Podaj tworzącą.
Odpowiedź: .....

4. Ile podstaw ma stożek?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień 4, wysokość 3. Oblicz V stożka.
Odpowiedź: .....

2. Promień 4, tworząca 8. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

3. Promień 12, wysokość 16. Podaj tworzącą.
Odpowiedź: .....

4. Ile podstaw ma stożek?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień 5, wysokość 3. Oblicz V stożka.
Odpowiedź: .....

2. Promień 5, tworząca 10. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

3. Promień 15, wysokość 20. Podaj tworzącą.
Odpowiedź: .....

4. Ile podstaw ma stożek?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 26. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Promień 2, wysokość 3.
$V = 12\pi$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Promień 6, wysokość 8.
Tworząca wynosi 14.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Promień 2, tworząca 4.
Pole całkowite to 8π.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 26. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Promień 3, wysokość 3.
$V = 27\pi$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Promień 9, wysokość 12.
Tworząca wynosi 21.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Promień 3, tworząca 6.
Pole całkowite to 18π.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Stożkowy lejek modelowy ma promień 6 cm i wysokość 8 cm. Oblicz jego pojemność geometryczną.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Stożkowy daszek ma promień 6 dm i tworzącą 10 dm. Ile dm^2 blachy wymaga sama powierzchnia boczna?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu doświadczenia usypano stożek o promieniu 6 mm i wysokości 8 mm. Oblicz jego tworzącą.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Stożkowe naczynie ma objętość 96π cm^3 i promień 6 cm. Odtwórz wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 26, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Walec z przekroju osiowego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +
Walec ma promień 6 i wysokość 8. Oblicz objętość i pole całkowite.

2 UTRWALENIE +
Przekrój osiowy walca ma boki 12 i 8; dłuższy jest średnicą. Oblicz promień i przekątną przekroju.

3 UTRWALENIE +
Przekątna przekroju osiowego walca ma długość $8\sqrt{3}$ i tworzy z jego średnicą kąt 30 stopni. Oblicz promień i objętość.

4 KROK DALEJ
Walec ma objętość 288π i wysokość 8. Oblicz promień, a następnie pole całkowite.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE
Wykaż, że walec o przekroju osiowym kwadratowym ma pole boczne dwukrotnie większe od sumy pól obu podstaw.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE
Pole całkowite walca wynosi 24π. Wyznacz wymiary dające największą objętość i uzasadnij bez pochodnych.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Walec z przekroju osiowego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Walec: $V = \pi r^2 h$, $P_c = 2\pi r^2 + 2\pi r h$. Przekrój osiowy ma szerokość 2 r i wysokość h.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

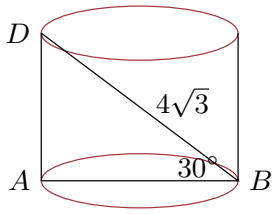
Walec ma promień 6 i wysokość 8. Oblicz objętość.

2 JEDEN KROK DALEJ

Walec ma promień 6 i wysokość 8. Oblicz pole boczne.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 4 PKT

Odcinek AD jest wysokością walca, a odcinek AB średnicą podstawy walca. Odcinek BD ma długość $4\sqrt{3}$. Miara kąta ABD jest równa 30° (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień walca 2, wysokość 2. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

2. Promień walca 2. Podaj jego średnicę.
Odpowiedź: .....

3. Promień 2, wysokość 2. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

4. Średnica 4, wysokość 2. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień walca 3, wysokość 2. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

2. Promień walca 3. Podaj jego średnicę.
Odpowiedź: .....

3. Promień 3, wysokość 2. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

4. Średnica 6, wysokość 3. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień walca 4, wysokość 2. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

2. Promień walca 4. Podaj jego średnicę.
Odpowiedź: .....

3. Promień 4, wysokość 2. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

4. Średnica 8, wysokość 4. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Promień walca 5, wysokość 2. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

2. Promień walca 5. Podaj jego średnicę.
Odpowiedź: .....

3. Promień 5, wysokość 2. Oblicz P_b.
Odpowiedź: .....

4. Średnica 10, wysokość 5. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 27. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Walec ma średnicę 4 i wysokość 3.
$V = 48\pi$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Promień walca 2, wysokość 2.
Pole całkowite to 8π.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Przekrój osiowy walca jest kwadratem.
$h = r$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 27. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Walec ma średnicę 6 i wysokość 3.
$V = 108\pi$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Promień walca 3, wysokość 2.
Pole całkowite to 12π.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Przekrój osiowy walca jest kwadratem.
$h = r$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Cylindryczny pojemnik ma promień 6 cm i wysokość 8 cm. Oblicz geometryczną pojemność.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Etykieta zakrywa bok puszki o promieniu 6 cm i wysokości 8 cm. Oblicz powierzchnię jednej etykiety.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu próbkę modeluje się walcem o promieniu 6 mm i wysokości 8 mm. Oblicz sumę pól dwóch podstaw.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Walec o wysokości 8 cm mieści 288π cm³. Odtwórz średnicę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 27, s. 26. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Zliczanie liczb z równymi cyframi

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Ile jest liczb 4-cyfrowych parzystych? Cyfry mogą się powtarzać.

2 UTRWALENIE +

Ile 4-cyfrowych liczb nieparzystych można utworzyć wyłącznie z cyfr 0, 1, 2, 3, 4? Powtórzenia są dozwolone.

3 UTRWALENIE +

Ile jest trzycyfrowych liczb o różnych cyfrach, których pierwszą cyfrą jest 3?

4 KROK DALEJ

Ile jest czterocyfrowych liczb parzystych o różnych cyfrach?

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Ile trzycyfrowych liczb z różnych cyfr 0,1,2,3,4 jest podzielnych przez 3? Uzasadnij zliczenie.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyprowadź wzór na liczbę n-cyfrowych liczb parzystych, których pierwsza i ostatnia cyfra są równe, dla $n \geq 2$. Wyjaśnij rolę zera.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Zliczanie liczb z równymi cyframi

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Mnożymy liczby wyborów na kolejnych pozycjach. W zapisie liczby naturalnej pierwsza cyfra jest niezerowa.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Ile jest dwucyfrowych liczb naturalnych?

2 JEDEN KROK DALEJ

Ile jest dwucyfrowych liczb nieparzystych?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych 4-cyfrowych parzystych, w których cyfra pierwsza i ostatnia są równe, jest

A. 400 **B.** 500

C. 900 **D.** 1600

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 4 możliwości. Ile kodów?
Odpowiedź: .....

2. Ile napisów długości 3 z 4 liter, z powtórzeniami?
Odpowiedź: .....

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?
Odpowiedź: .....

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 5 możliwości. Ile kodów?
Odpowiedź: .....

2. Ile napisów długości 3 z 5 liter, z powtórzeniami?
Odpowiedź: .....

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?
Odpowiedź: .....

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 6 możliwości. Ile kodów?
Odpowiedź: .....

2. Ile napisów długości 3 z 6 liter, z powtórzeniami?
Odpowiedź: .....

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?
Odpowiedź: .....

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kod ma 2 pola, w każdym po 7 możliwości. Ile kodów?
Odpowiedź: .....

2. Ile napisów długości 3 z 7 liter, z powtórzeniami?
Odpowiedź: .....

3. Ile wyborów pierwszej cyfry liczby naturalnej trzycyfrowej?
Odpowiedź: .....

4. Ile cyfr parzystych jest w zbiorze cyfr od 0 do 9?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 28. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Liczymy wszystkie liczby dwucyfrowe.

$10 \cdot 10 = 100$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Kod ma 3 niezależne pola po 4 możliwości.

12

Poprawa i uzasadnienie:

3. Liczymy trzycyfrowe liczby o różnych cyfrach.

$9 \cdot 9 \cdot 9$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 28. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Liczymy wszystkie liczby dwucyfrowe.

$10 \cdot 10 = 100$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Kod ma 3 niezależne pola po 5 możliwości.

15

Poprawa i uzasadnienie:

3. Liczymy trzycyfrowe liczby o różnych cyfrach.

$9 \cdot 9 \cdot 9$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Zamek ma kod z 4 cyfr. Zero na początku jest dozwolone. Ile jest kodów?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Numer faktury ma jedną z 3 liter serii i 4 cyfry. Pierwsza cyfra jest niezerowa. Ile numerów można nadać?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu sekwencja ma 4 symboli ze zbioru A,C,G,T. Ile różnych sekwencji istnieje?

Kontekst: Cztery symbole DNA / NHGRI (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Kod ma dwie pozycje i na każdej tyle samo k symboli. Istnieje 81 kodów. Wyznacz k.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 28, s. 28. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Średnia ważona wieku

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz średnią ważoną: wartości $4, 6, 7$ mają wagi $2, 3, 4$.

2 UTRWALENIE +

Oblicz średnią ważoną: wartości $4, 5, 7$ mają wagi $3, 2, 1$.

3 UTRWALENIE +

Wartości 4 i 8 mają wagi 2 i x. Średnia ważona wynosi 7. Wyznacz dodatnią wagę x.

4 KROK DALEJ

Grupa 4 osób ma średni wiek 15, a grupa n osób 21. Łączna średnia to 19. Wyznacz n.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Sześć liczb ma średnią 5. Cztery z nich mają średnią 4. Czy pozostałe dwie muszą mieć tę samą wartość? Wyznacz ich średnią.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że średnia połączonych dwóch niepustych grup leży pomiędzy ich średnimi. Kiedy równa się prostemu uśrednieniu tych średnich?

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Średnia ważona wieku

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Średnia ważona: suma iloczynów wartości i wag podzielona przez sumę wag. Wagą może być liczebność grupy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 1$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz średnią ważoną: wartości $2, 4$ mają wagi $1, 2$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W pewnej miejscowości są dwie szkoły. W pierwszej jest 3 razy więcej uczniów niż w drugiej. Średni wiek w pierwszej to 9 lat, a w drugiej 13 lat.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średni wiek uczniów obu szkół, wyrażony w latach, jest równy

A. 10 **B.** 10,5

C. 11 **D.** 11,5

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $3,5$ mają wagi $1,1$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $3,6$ mają wagi $2,1$.
Odpowiedź: .....

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $3,5$ mają wagi $1,3$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $4,6$ mają wagi $1,1$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $4,7$ mają wagi $2,1$.
Odpowiedź: .....

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $4,6$ mają wagi $1,3$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $5,7$ mają wagi $1,1$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $5,8$ mają wagi $2,1$.
Odpowiedź: .....

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $5,7$ mają wagi $1,3$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz średnią ważoną: wartości $6,8$ mają wagi $1,1$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz średnią ważoną: wartości $6,9$ mają wagi $2,1$.
Odpowiedź: .....

3. Wagi 3 ocen wynoszą 2,3,4. Podaj sumę wag.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz średnią ważoną: wartości $6,8$ mają wagi $1,3$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 29. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. 2 liczby mają średnią 5, a 4 liczby średnią 9.

7

Poprawa i uzasadnienie:

2. Suma 5 liczb to 25.

$\bar{x} = 25/4$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Średnia 3 liczb wynosi 5.

$S = 5/3$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 29. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. 2 liczby mają średnią 6, a 4 liczby średnią 10.

8

Poprawa i uzasadnienie:

2. Suma 5 liczb to 30.

$\bar{x} = 30/4$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Średnia 3 liczb wynosi 6.

$S = 6/3$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

3 treningi trwały średnio 25 min, a 2 kolejne średnio 35 min. Oblicz średni czas 5 treningów.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Sprzedano 2 produkty po 40 zł i 3 po 60 zł. Oblicz średnią cenę sprzedanej sztuki.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

4 rośliny mają średnią wysokość 15 cm, a 6 innych 20 cm. Oblicz średnią z 10 roślin.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Średnia 5 pomiarów wynosi 6. Pierwsze 4 mają średnią 5. Wyznacz piąty pomiar.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 29, s. 28. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Mediana z diagramu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wyznacz medianę i dominantę danych $4, 6, 6, 8, 10$.

2 UTRWALENIE +

Liczbom 1,2,3,4 odpowiadają liczebności 2,3,4,1. Oblicz medianę i średnią.

3 UTRWALENIE +

Do danych $3, 5, 6, 8$ dodano 14. Oblicz medianę przed i po zmianie.

4 KROK DALEJ

Dane mają postać $4, 6, x, 8, 10$. Znajdź wszystkie rzeczywiste x, dla których mediana wynosi 6.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dane $4, 6, x, 8, 10$ mają średnią 7. Znajdź x i medianę.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Pięć liczb całkowitych ma średnią i medianę 6, jedyną dominantę 6 oraz rozstęp 2. Wyznacz wszystkie zestawy i uzasadnij jednoznaczność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Mediana z diagramu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw uporządkuj dane. Mediana: środkowa wartość lub średnia dwóch środkowych. Dominanta: wartość najczęstsza.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

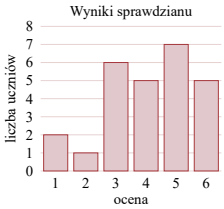
Uporządkuj $8, 5, 6$, a następnie podaj medianę.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz medianę danych $4, 6, 8, 10$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, a na pionowej liczbę uczniów, którzy je otrzymali.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen jest równa

A. 3 **B.** $3{,}5$

C. 4 **D.** 5

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $5, 6, 8$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $4, 6, 8, 10$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $6, 6, 7, 8$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $6, 7, 9$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $5, 7, 9, 11$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $7, 7, 8, 9$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $7, 8, 10$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $6, 8, 10, 12$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $8, 8, 9, 10$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $8, 9, 11$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $7, 9, 11, 13$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $9, 9, 10, 11$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Dane w kolejności pomiaru: $10, 4, 6$.

$\text{Me} = 4$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dane uporządkowane: $4, 6, 8, 10$.

$\text{Me} = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Dane: $6, 6, 7, 10$.

$\text{dominanta} = 10$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Dane w kolejności pomiaru: $11, 5, 7$.

$\text{Me} = 5$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dane uporządkowane: $5, 7, 9, 11$.

$\text{Me} = 7$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Dane: $7, 7, 8, 11$.

$\text{dominanta} = 11$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Czasy oczekiwania w minutach: $4, 6, 6, 8, 15$. Oblicz medianę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Przychody 4 stoisk wyniosły $600, 600, 800, 1400$zł. Oblicz medianę przychodów.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Długości 5 siewek w mm: $5, 6, 6, 9, 10$. Podaj medianę i dominantę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Uporządkowane dane to $4, 6, x, 10$. Mediana wynosi 7. Wyznacz x.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Losowanie bez zwracania

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Ze zbioru $2, 3, 4, 5, 6, 7$ losujemy kolejno 2 różne liczby. Oblicz P, że pierwsza jest parzysta.

2 UTRWALENIE +

Ze zbioru $2, 3, 4, 5, 6, 7$ losujemy kolejno 2 różne liczby. Oblicz P, że iloczyn jest większy od 20.

3 UTRWALENIE +

Ze zbioru $2, 3, 4, 5, 6, 7$ losujemy kolejno 2 różne liczby. Oblicz P, że pierwsza jest parzysta i iloczyn jest większy od 20.

4 KROK DALEJ

Ze zbioru $2, 3, 4, 5, 6, 7$ losujemy kolejno 2 różne liczby. Oblicz P, że suma jest podzielna przez 3.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Ze zbioru $\{1, \ldots, 2k\}$ losujemy 2 liczby bez zwracania. P parzystej sumy wynosi 2/5. Znajdź całkowite $k \geq 2$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że losując bez zwracania 2 liczby ze zbioru $\{1, \ldots, 2k\}$, gdzie $k \geq 2$, otrzymamy parzystą sumę z P mniejszym niż 1/2.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Losowanie bez zwracania

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Bez zwracania drugi wybór ma o 1 możliwość mniej. Kolejność losowań może mieć znaczenie.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Z 4 różnych liczb losujemy kolejno 2 bez zwracania. Ile uporządkowanych par?

2 JEDEN KROK DALEJ

Z liczb 1,2,3,4 losujemy kolejno 2 bez zwracania. Oblicz P pierwszej liczby parzystej.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Dany jest sześcioelementowy zbiór $K = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Ze zbioru K losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że pierwsza liczba będzie parzysta i iloczyn obu liczb będzie większy od 16. Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 31, s. 30. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 31/ 4 punkty

Imię: .....

1. Z 4 różnych liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania. Ile par?
Odpowiedź: .....

2. Z 1,2,3 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(1,2).
Odpowiedź: .....

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(2,2).
Odpowiedź: .....

4. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pierwszej liczby 1.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 31/ 4 punkty

Imię: .....

1. Z 5 różnych liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania. Ile par?
Odpowiedź: .....

2. Z 1,2,3 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(1,2).
Odpowiedź: .....

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(2,2).
Odpowiedź: .....

4. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pierwszej liczby 1.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 31/ 4 punkty

Imię: .....

1. Z 6 różnych liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania. Ile par?
Odpowiedź: .....

2. Z 1,2,3 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(1,2).
Odpowiedź: .....

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(2,2).
Odpowiedź: .....

4. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pierwszej liczby 1.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 31/ 4 punkty

Imię: .....

1. Z 7 różnych liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania. Ile par?
Odpowiedź: .....

2. Z 1,2,3 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(1,2).
Odpowiedź: .....

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pary(2,2).
Odpowiedź: .....

4. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Oblicz P pierwszej liczby 1.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 31. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Z 5 liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania.

25

Poprawa i uzasadnienie:

2. Z 1,2,3 losujemy 2 kolejno bez zwracania. Szukamy P dokładnie pary(1,2).

1/3

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Szukamy P pary(2,2).

1/16

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 31. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Z 6 liczb losujemy 2 kolejno bez zwracania.

36

Poprawa i uzasadnienie:

2. Z 1,2,3 losujemy 2 kolejno bez zwracania. Szukamy P dokładnie pary(1,2).

1/3

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z 1,2,3,4 losujemy 2 bez zwracania. Szukamy P pary(2,2).

1/16

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Spośród 6 różnych osób wybieramy kolejno prowadzącego i zastępcę. Jaka jest szansa, że wskazana osoba będzie prowadzącym?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W kontroli 6 paragonów wybieramy kolejno 2 różne. Dwa paragony są błędne. Oblicz P, że oba wybrane będą błędne.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Wśród 8 oznaczonych próbek 3 mają cechę X. Losujemy 2 różne próbki kolejno. Oblicz P, że obie mają X.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Z n elementów losujemy 2 kolejno bez zwracania. Możliwych jest 30 par. Wyznacz n.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 31, s. 30. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Najmniejsze pole trójkąta

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dodatnie boki prostokąta wynoszą x i $6-x$. Wyznacz największe pole.

2 UTRWALENIE +

Pole modeluje $P(x)=-2x^2+12x$ dla $0<x<6$. Wyznacz maksimum i jego argument.

3 UTRWALENIE +

Dla prostokąta o obwodzie 12 znajdź wszystkie długości boku x, dla których pole wynosi 8.

4 KROK DALEJ

$P(x)=-(x-3)^2+10$ rozpatrujemy tylko dla $x\in[0,2]$. Wyznacz maksimum.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij bez pochodnych: jeśli x,y>0 i $x+y=6$, to $xy\leq 9$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla dodatnich x,y,z o sumie 9 wykaż $xy+yz+zx\leq 27$ i podaj wszystkie trójki, dla których zachodzi równość.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 32, s. 32. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Najmniejsze pole trójkąta

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw ustal dziedzinę modelu. Dla paraboli skierowanej w dół kandydatem maksimum jest wierzchołek; musi należeć do dziedziny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

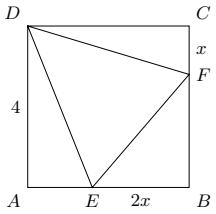
Boki to x i $6 - x$. Zapisz pole P(x).

2 JEDEN KROK DALEJ

Podaj argument maksimum $P(x) = -(x-3)^2 + 5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Rozważamy wszystkie trójkąty DEF, w których E leży na AB, F leży na BC oraz $|CF| = \frac{1}{2}|EB| = x$, gdzie $x \in (0, 2)$ (zobacz rysunek). Niech $P(x)$ oznacza pole trójkąta DEF.



Wyznacz wzór funkcji P dla $x \in (0, 2)$. Oblicz x, dla którego pole jest najmniejsze. Zapisz obliczenia.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 4x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(2)$ dla $P(x) = x(4 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $4 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -2x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 6x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(3)$ dla $P(x) = x(6 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $6 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -3x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 8x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(4)$ dla $P(x) = x(8 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $8 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -4x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 32/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 10x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(5)$ dla $P(x) = x(10 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $10 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -5x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 32. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(4 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 4]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 32. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(6 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 6]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 18$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Ogród ma boki x oraz $10 - x$ metrów. Wyznacz x, dla którego pole jest największe.

Kontekst: Pole i funkcja kwadratowa / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny model zysku to $Z(x) = -(x - 5)^2 + 25$ zł. Podaj największy zysk i wielkość x.

Kontekst: Maksimum modelu zysku / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu ruch opisuje model $h(t) = t(10 - t)$ cm dla $0 \leq t \leq 10$. Oblicz czas i wysokość maksimum.

Kontekst: Model ruchu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Wierzchołek modelu $f(x) = a(x - 5)^2$ jest znany, a $f(7) = 12$. Odtwórz a i podaj wzór.

Kontekst: Odtwarzanie paraboli / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 2.06.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2606, zad. 32, s. 32. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).