Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Parametr i miejsce zerowe

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Miejsce zerowe oznacza $f(2)=0$. Podstawiamy: $2\cdot 2^2-2k+6=0$. Zatem $k=\frac{14}{2}=7$. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. $f(x)=x^2-kx+2$. Wyznacz k, gdy liczba 1 jest zerem f.

Odpowiedź: $k=3$

$1-k+2=0$, zatem k=3.

2. Jednym zerem x^2-kx+2 jest 1. Znajdź drugie zero.

Odpowiedź: 2

Dla k=3 trójmian rozkłada się na $(x-1)(x-2)$.

3. $f(x)=a(x-2)^2-4$. Liczba 4 jest zerem. Oblicz a.

Odpowiedź: 1

Odległość argumentu od wierzchołka to 2, więc $4a-4=0$.

4. Wyznacz wszystkie k, dla których $x^2-2kx+k^2-4=0$ ma dwa dodatnie rozwiązania.

Odpowiedź: $k>2$

Zera to $k-2$ i $k+2$. Oba są dodatnie dokładnie wtedy, gdy k>2.

5. Wykaż, że zera $x^2-2kx+k^2-4$ są odległe od siebie o stałą niezależną od k. Oblicz tę stałą.

Odpowiedź: 4

Postać $(x-k)^2-4$ daje zera $k-2, k+2$. Ich różnica wynosi 4.

6. Wyznacz wszystkie całkowite k, dla których oba zera $x^2-2kx+k^2-4$ są dodatnie, a ich iloczyn jest liczbą pierwszą.

Odpowiedź: $k=3$

Zera to dodatnie liczby całkowite $k-2$ i $k+2$. Iloczyn może być pierwszy tylko, gdy mniejszy czynnik wynosi 1: k=3. Drugi czynnik to 5. Jest pierwszy, więc to jedyna odpowiedź.

2 / Małe kroki

1. $f(x)=x^2-kx$. Wyznacz k z warunku $f(2)=0$.

Odpowiedź: 2

$4-2k=0$ i p>0.

2. Rozłóż x^2-3x+2 i podaj zera.

Odpowiedź: $(x-1)(x-2);\ 1, 2$

Liczby 1 i p mają sumę p+1 oraz iloczyn p.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Oblicz f(0), gdy $f(x)=x^2-3x+2$.

Odpowiedź: 2

Dla x=0 pozostaje wyraz wolny.

2. $f(x)=x^2-kx$. Warunek $f(2)=0$ daje jakie k?

Odpowiedź: 2

$4-2k=0$, więc k=2.

3. Podaj zera $f(x)=x(x-2)$.

Odpowiedź: $0,\ 2$

Iloczyn jest zerem, gdy zeruje się co najmniej jeden czynnik.

4. Ile zer ma $f(x) = (x-2)^2$?

Odpowiedź: 1

Jest jedno różne zero, mimo że czynnik liniowy występuje dwukrotnie.

Grupa B

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 3$.

Odpowiedź: 3

Dla x=0 pozostaje wyraz wolny.

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(3) = 0$ daje jakie k?

Odpowiedź: 3

$9 - 3k = 0$, więc k=3.

3. Podaj zera $f(x) = x(x-3)$.

Odpowiedź: $0,\ 3$

Iloczyn jest zerem, gdy zeruje się co najmniej jeden czynnik.

4. Ile zer ma $f(x) = (x-3)^2$?

Odpowiedź: 1

Jest jedno różne zero, mimo że czynnik liniowy występuje dwukrotnie.

Grupa C

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 4$.

Odpowiedź: 4

Dla x=0 pozostaje wyraz wolny.

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(4) = 0$ daje jakie k?

Odpowiedź: 4

$16 - 4k = 0$, więc k=4.

3. Podaj zera $f(x) = x(x-4)$.

Odpowiedź: $0,\ 4$

Iloczyn jest zerem, gdy zeruje się co najmniej jeden czynnik.

4. Ile zer ma $f(x) = (x-4)^2$?

Odpowiedź: 1

Jest jedno różne zero, mimo że czynnik liniowy występuje dwukrotnie.

Grupa D

1. Oblicz f(0), gdy $f(x) = x^2 - 3x + 5$.

Odpowiedź: 5

Dla x=0 pozostaje wyraz wolny.

2. $f(x) = x^2 - kx$. Warunek $f(5) = 0$ daje jakie k?

Odpowiedź: 5

$25 - 5k = 0$, więc k=5.

3. Podaj zera $f(x) = x(x-5)$.

Odpowiedź: $0,\ 5$

Iloczyn jest zerem, gdy zeruje się co najmniej jeden czynnik.

4. Ile zer ma $f(x) = (x-5)^2$?

Odpowiedź: 1

Jest jedno różne zero, mimo że czynnik liniowy występuje dwukrotnie.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. $f(x) = x^2 - kx + 2$ i $f(1) = 0$.

Odpowiedź: $k = 3$

$1 - k + 2 = 0$, czyli $k = 3$.

2. $f(x) = x(x - 2)$. Uczeń podaje wszystkie zera.

Odpowiedź: $x \in \{0, 2\}$

Nie wolno skracać równania przez x bez sprawdzenia x=0.

3. $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

Odpowiedź: Funkcja nie ma zer.

Kwadrat jest nieujemny, więc cała wartość jest co najmniej 1.

Grupa B

1. $f(x) = x^2 - kx + 3$ i $f(1) = 0$.

Odpowiedź: $k = 4$

$1 - k + 3 = 0$, czyli $k = 4$.

2. $f(x) = x(x - 3)$. Uczeń podaje wszystkie zera.

Odpowiedź: $x \in \{0, 3\}$

Nie wolno skracać równania przez x bez sprawdzenia x=0.

3. $f(x) = (x - 3)^2 + 1$.

Odpowiedź: Funkcja nie ma zer.

Kwadrat jest nieujemny, więc cała wartość jest co najmniej 1.

5 / Matematyka w świecie

1. Łuk ma profil $h(x) = -x^2 + kx$ i kończy się na ziemi w x=4. Wyznacz k.

Odpowiedź: $k = 4$

$-16 + 4k = 0$, a p jest niezerowe.

2. Zysk firmy opisano umownie $Z(x) = x^2 - kx + 4$. Dla x=1 zysk jest zerowy. Oblicz k.

Odpowiedź: 5

$1 - k + 4 = 0$, stąd $k = 5$.

3. W modelu pomiarowym $f(t) = t^2 - kt$ pierwszy dodatni moment zerowego odchylenia to 4. Oblicz k.

Odpowiedź: 4

Zera to 0 i k. Dodatnie zero ma więc wartość k=4.

4. Parabola $y = x^2 - kx + c$ przecina oś Ox w 1 i 4. Odtwórz k i c.

Odpowiedź: $k = 5,\ c = 4$

Rozwijamy $(x - 1)(x - 4) = x^2 - 5x + 4$.