Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n(n+1)$ jest parzyste dla każdego całkowitego n.

2 UTRWALENIE +

Wykaż podzielność $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ przez 13 dla naturalnych n.

3 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n^3 - n$ jest podzielne przez 6 dla każdego całkowitego n.

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie dodatnie całkowite n, dla których $n+3$ dzieli n^2+4.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej $p > 3$ liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Aby wykazać podzielność przez d, zapisz liczbę jako $d \cdot k$ z całkowitym k.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozłóż na iloczyn $3n^2 + 3n$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Wyłącz 3^n w sumie $3^n + 3^{n+1}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $7n^2 + 21n$ jest podzielna przez 14.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 3n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $3n$ jest podzielne przez 3 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $3n + 1$ przez 3 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 4n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $4n$ jest podzielne przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $4n + 1$ przez 4 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 5n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $5n$ jest podzielne przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $5n + 1$ przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 6n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $6n$ jest podzielne przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $6n + 1$ przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 3 w $3n + 6$.

$3(n + 6)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 3k + 3$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 3$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 4 w $4n + 8$.

$4(n + 8)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 4k + 4$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 4$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest $3n + 9$ sztuk. Wykaż, że można je podzielić na pełne paczki po 3.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Fundusz wynosi $n^2 - 1$ zł, gdzie n jest dodatnie i nieparzyste. Wykaż, że można go rozdzielić równo na 8 całozłotowych części.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Plan pomiarów przewiduje $3^k(1 + 3 + 9)$ odczytów. Ile pełnych serii po 13 odczytów można wykonać?

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: liczba $N = 3k + r$ daje przy dzieleniu przez 3 resztę 1. Jeśli $0 \leq r < 3$, wyznacz r.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 5.05.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2605, zad. 7, s. 7. Arkusz źródłowy: cke.gov.pl (link).