Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Wpływy z biletów

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Pozostało 75% wpływów. Całe wpływy wynoszą $4665 : 0{,}75 = 6220$ zł. Niech u oznacza bilety ulgowe. Normalnych jest $200 - u$, więc $35(200 - u) + 25u = 6220$. Rozwiązanie to $u = 78$.

Odpowiedź: 78

1 / Od schematu do wyzwania

1. Rozwiąż $x + y = 9, x - y = 3$.

Odpowiedź: $x = 6,\ y = 3$

Dodajemy równania: $2x = 12$, więc $x = 6$. Z pierwszego $y = 3$.

2. Ceny x,y spełniają $2x + y = 11$ i $x + 3y = 18$. Oblicz obie ceny.

Odpowiedź: $x = 3,\ y = 5$

Z pierwszego $y = 11 - 2x$. Po podstawieniu do drugiego $-5x = -15$, więc $x = 3$ i $y = 5$.

3. Sprzedano 13 biletów: normalne po 8 zł, ulgowe po 5 zł. Wpływ wyniósł 86 zł. Ile było ulgowych?

Odpowiedź: 6

Niech u oznacza liczbę ulgowych. $8(13 - u) + 5u = 86$ daje $3u = 18$, czyli $u = 6$.

4. Zbadaj liczbę rozwiązań układu $x + y = 3, x + my = 3$ w zależności od m.

Odpowiedź: $m = 1:\ \infty; \quad m \neq 1:\ (3, 0)$

Odejmujemy równania: $(m - 1)y = 0$. Dla m≠1 musi być y=0 i x=3. Dla m=1 oba równania są jednakowe, więc każda para z prostej $x + y = 3$ jest rozwiązaniem.

5. Ile dodatnich całkowitych par (x, y) spełnia $x + y = 6$ i $x > y$? Uzasadnij.

Odpowiedź: 2

Z $y = 6 - x > 0$ mamy $x \leq 5$. Warunek x>y daje x>3. Zatem x przyjmuje wartości od 4 do 5, których jest 2; każda wyznacza jedyne dodatnie y.

6. Znajdź wszystkie nieujemne całkowite pary (x, y) spełniające $2x + 3y = 19$. Uzasadnij kompletność.

Odpowiedź: $\{(8, 1), (5, 3), (2, 5)\}$

Prawa strona jest nieparzysta, więc y musi być nieparzyste. Piszemy $y = 2k + 1$ z całkowitym k≥0. Wtedy $x = 8 - 3k$. Warunek x≥0 daje $0 \leq k \leq 2$. Te wartości k dają dokładnie wszystkie pary z odpowiedzi.

2 / Małe kroki

1. Rozwiąż $x + y = 6, x - y = 2$.

Odpowiedź: $x = 4,\ y = 2$

Po dodaniu $2x = 8$, więc $x = 4$ i $y = 2$.

2. Rozwiąż $x + y = 7, x = 3$.

Odpowiedź: $x = 3,\ y = 4$

Podstawiamy znane x do sumy; $y = 4$.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. $x + y = 6$ i $x = 4$. Oblicz y.

Odpowiedź: 2

Od sumy odejmujemy znane x.

2. $x + y = 6, x - y = 2$. Oblicz x.

Odpowiedź: 4

Dodanie daje $2x = 8$.

3. Jeśli $x = 3$, $y = -1$, podaj znak xy.

Odpowiedź: ujemny

Iloczyn liczb o przeciwnych znakach jest ujemny.

4. $x + y = 6$, $x - y = 0$. Oblicz y.

Odpowiedź: 3

Drugi warunek mówi x=y; każda liczba jest połową sumy.

Grupa B

1. $x + y = 8$ i $x = 5$. Oblicz y.

Odpowiedź: 3

Od sumy odejmujemy znane x.

2. $x + y = 8$, $x - y = 2$. Oblicz x.

Odpowiedź: 5

Dodanie daje $2x = 10$.

3. Jeśli $x = 4$, $y = -1$, podaj znak xy.

Odpowiedź: ujemny

Iloczyn liczb o przeciwnych znakach jest ujemny.

4. $x + y = 8$, $x - y = 0$. Oblicz y.

Odpowiedź: 4

Drugi warunek mówi x=y; każda liczba jest połową sumy.

Grupa C

1. $x + y = 10$ i $x = 6$. Oblicz y.

Odpowiedź: 4

Od sumy odejmujemy znane x.

2. $x + y = 10$, $x - y = 2$. Oblicz x.

Odpowiedź: 6

Dodanie daje $2x = 12$.

3. Jeśli $x = 5$, $y = -1$, podaj znak xy.

Odpowiedź: ujemny

Iloczyn liczb o przeciwnych znakach jest ujemny.

4. $x + y = 10$, $x - y = 0$. Oblicz y.

Odpowiedź: 5

Drugi warunek mówi x=y; każda liczba jest połową sumy.

Grupa D

1. $x + y = 12$ i $x = 7$. Oblicz y.

Odpowiedź: 5

Od sumy odejmujemy znane x.

2. $x + y = 12$, $x - y = 2$. Oblicz x.

Odpowiedź: 7

Dodanie daje $2x = 14$.

3. Jeśli $x = 6$, $y = -1$, podaj znak xy.

Odpowiedź: ujemny

Iloczyn liczb o przeciwnych znakach jest ujemny.

4. $x + y = 12$, $x - y = 0$. Oblicz y.

Odpowiedź: 6

Drugi warunek mówi x=y; każda liczba jest połową sumy.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Dodawano $x + y = 6$ i $x - y = 2$.

Odpowiedź: $2x = 8$

Przy dodawaniu równań dodajemy także ich prawe strony.

2. Z $x + y = 6$ wyznaczano y.

Odpowiedź: $y = 6 - x$

Odejmujemy x od obu stron; znaki składników nie mogą zostać zamienione.

3. $x = 3$, $y = -3$. Określano znak iloczynu.

Odpowiedź: $xy = -9 < 0$

Czynniki mają przeciwne znaki, więc iloczyn jest ujemny.

Grupa B

1. Dodawano $x + y = 8$ i $x - y = 2$.

Odpowiedź: $2x = 10$

Przy dodawaniu równań dodajemy także ich prawe strony.

2. Z $x + y = 8$ wyznaczano y.

Odpowiedź: $y = 8 - x$

Odejmujemy x od obu stron; znaki składników nie mogą zostać zamienione.

3. $x = 4$, $y = -4$. Określano znak iloczynu.

Odpowiedź: $xy = -16 < 0$

Czynniki mają przeciwne znaki, więc iloczyn jest ujemny.

5 / Matematyka w świecie

1. W magazynie jest 6 pudełek dwóch typów. Pierwszych jest o 2 więcej. Ile pudełek jest każdego typu?

Odpowiedź: $4,\ 2$

Układ $x + y = 6$, $x - y = 2$ daje odpowiedź.

2. Dwa zeszyty i długopis kosztują 10 zł, a zeszyt i dwa długopisy 11 zł. Oblicz ceny obu produktów.

Odpowiedź: 3 zł; 4 zł

Układ $2x + y = 10$, $x + 2y = 11$. Po eliminacji otrzymujemy $x = 3$ i $y = 4$.

3. Dwie serie pomiarowe zawierają łącznie 6 próbek. W pierwszej są o 2 próbki więcej. Wyznacz liczebności obu serii.

Odpowiedź: $4,\ 2$

Suma i różnica dają układ liniowy. Po dodaniu równań pierwsza liczebność wynosi 4, druga 2.

4. Zadanie odwrócone: $2x + y = 10$, a y jest o 1 większe od x. Jaki będzie koszt $x + 2y$?

Odpowiedź: 11

Podstawiamy $y = x + 1$: $3x + 1 = 10$, więc $x = 3$, $y = 4$. Poszukiwany koszt to 11.