Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Porównanie rozkładów ocen

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Liczebności z diagramu IV A to 1, 6, 3, 3, 6, 1, a IV B to 1, 3, 6, 6, 3, 1. Średnie ważone ocen wynoszą odpowiednio $\frac{7}{2}$ i $\frac{7}{2}$. Mediany uporządkowanych list ocen wynoszą $\frac{7}{2}$ i $\frac{7}{2}$. Odpowiedź: PP.

Odpowiedź: PP

1 / Od schematu do wyzwania

1. Porównaj średnie i mediany zestawów A=3, 5, 5, 6, 11 i B=4, 4, 6, 7, 9.

Odpowiedź: Średnie: 6 i 6; mediany: 5 i 6.

Sumę każdego zestawu dzielimy przez 5. Medianę odczytujemy z 3.pozycji. Zestawy mają równe sumy, lecz różne wartości na 3.pozycji.

2. Liczbom 1,2,3,4 odpowiadają liczebności 2,3,4,1. Oblicz medianę i średnią.

Odpowiedź: $\text{Me} = 5/2,\ \bar{x} = 12/5$

Jest 10 danych. Pozycje 5 i 6 to 2 i 3, więc mediana 2,5. Suma ważona $2 + 6 + 12 + 4 = 24$, zatem średnia 24/10.

3. Do danych $2, 4, 5, 7$ dodano 13. Oblicz medianę przed i po zmianie.

Odpowiedź: $\frac{9}{2}$; 5

Przed zmianą średnia 2.i 3.elementu to $\frac{9}{2}$. Po dopisaniu największej liczby środkowa jest 3.pozycja, czyli 5.

4. Dane mają postać $3, 5, x, 7, 9$. Znajdź wszystkie rzeczywiste x, dla których mediana wynosi 5.

Odpowiedź: $x \leq 5$

Dla x≤5 co najmniej 3 dane nie przekraczają 5, ale tylko 2 są mniejsze. Dla x>5 środkowa wartość jest większaod 5.

5. Dane $3, 5, x, 7, 9$ mają średnią 6. Znajdź x i medianę.

Odpowiedź: $x = 6,\ \text{Me} = 6$

Suma znanych wartości to 24. Równanie $24 + x = 5 \cdot 6$ daje $x = 6$. Po uporządkowaniu to także środkowa wartość.

6. Dla każdego całkowitego n≥3 podaj dwa n-elementowe zestawy dodatnich liczb całkowitych o tej samej średniej i różnych medianach. Udowodnij.

Odpowiedź: A: n−1 jedynek oraz n+1; B: n dwójek.

Suma A to $(n-1) + (n+1) = 2n$, a suma B to $2n$; obie średnie wynoszą 2. W A dla nieparzystego $n \geq 3$ środkowa pozycja należy do bloku $n-1$ jedynek. Dla parzystego $n \geq 4$ obie środkowe pozycje należą do tego bloku. Mediana A wynosi więc 1. Wszystkie wartości B wynoszą 2, zatem mediana B wynosi 2.

2 / Małe kroki

1. Uporządkuj $7, 4, 5$, a następnie podaj medianę.

Odpowiedź: 5

Po uporządkowaniu środkowym elementem jest 5.

2. Oblicz medianę danych $3, 5, 7, 9$.

Odpowiedź: 6

Środkowe wartości to 5 i 7; ich średnia wynosi 6.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Podaj medianę $4, 5, 7$.

Odpowiedź: 5

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $3, 5, 7, 9$.

Odpowiedź: 6

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $5, 5, 6, 7$.

Odpowiedź: 5

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa B

1. Podaj medianę $5, 6, 8$.

Odpowiedź: 6

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $4, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: 7

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $6, 6, 7, 8$.

Odpowiedź: 6

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa C

1. Podaj medianę $6, 7, 9$.

Odpowiedź: 7

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $5, 7, 9, 11$.

Odpowiedź: 8

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $7, 7, 8, 9$.

Odpowiedź: 7

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

Grupa D

1. Podaj medianę $7, 8, 10$.

Odpowiedź: 8

Środkowa wartość po uporządkowaniu.

2. Podaj medianę $6, 8, 10, 12$.

Odpowiedź: 9

Średnia dwóch środkowych wartości.

3. Podaj dominantę $8, 8, 9, 10$.

Odpowiedź: 8

Ta wartość występuje najczęściej.

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?

Odpowiedź: 9

Dodajemy liczebności:2+3+4. Wynik: 9.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Dane w kolejności pomiaru: $9, 3, 5$.

Odpowiedź: 5

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $3, 5, 7, 9$.

Odpowiedź: 6

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $5, 5, 6, 9$.

Odpowiedź: 5

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

Grupa B

1. Dane w kolejności pomiaru: $10, 4, 6$.

Odpowiedź: 6

Przed wyborem mediany trzeba uporządkować dane.

2. Dane uporządkowane: $4, 6, 8, 10$.

Odpowiedź: 7

Dla 4 danych bierzemy średnią 2.i 3.pozycji.

3. Dane: $6, 6, 7, 10$.

Odpowiedź: 6

Dominanta to najczęstsza, a nie największa wartość.

5 / Matematyka w świecie

1. Czasy oczekiwania w minutach: $3, 5, 5, 7, 14$. Oblicz medianę.

Odpowiedź: 5

Środkowa 3.wartość po uporządkowaniu. Źródło opisuje miary środka danych.

2. Przychody 4 stoisk wyniosły $500, 500, 700, 1300$zł. Oblicz medianę przychodów.

Odpowiedź: 600zł

Środkowe wartości to 500 i 700 zł. Ich średnia to 600 zł.

3. Długości 5 siewek w mm: $4, 5, 5, 8, 9$. Podaj medianę i dominantę.

Odpowiedź: 5; 5

Środkowa i najczęstsza wartość to 5. Dane są umowne.

4. Uporządkowane dane to $3, 5, x, 9$. Mediana wynosi 6. Wyznacz x.

Odpowiedź: 7

$(5 + x)/2 = 6$ daje $x = 7$. Ta wartość zachowuje kolejność danych.