Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Pierwiastki nieparzystego stopnia

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $\sqrt[3]{-125}+\sqrt[5]{1024}$.

2 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{\sqrt[3]{-512}}{\sqrt[3]{8}}$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż równanie $\sqrt[3]{x+64}=5$.

4 KROK DALEJ

Liczby rzeczywiste u, v spełniają $u+v=6$ i $uv=1$. Oblicz u^3+v^3.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wiadomo, że $\sqrt[3]{u}+\sqrt[3]{v}=6$ i $uv=8$. Oblicz $u+v$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (m, n), dla których $\sqrt[3]{m}+\sqrt[3]{n}=3$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Pierwiastki nieparzystego stopnia

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$; pierwiastek sprawdzaj przez potęgowanie.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $\sqrt[3]{-64}$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz $\sqrt[5]{3125} - \sqrt[3]{64}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-27} + \sqrt[5]{-1}$ jest równa

A. -4 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 4

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{64}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-64}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{3125}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{512}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{125}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-125}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{7776}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{1000}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{216}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-216}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{16807}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{1728}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 1/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sqrt[3]{343}$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\sqrt[3]{-343}$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\sqrt[5]{32768}$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\sqrt[3]{2744}/2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 1. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\sqrt[3]{-64}$.

4

Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczano $\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{125}$.

$\sqrt[3]{189}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\sqrt[3]{x} = 4$.

$x = \pm 64$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 1. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\sqrt[3]{-125}$.

5

Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczano $\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{216}$.

$\sqrt[3]{341}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\sqrt[3]{x} = 5$.

$x = \pm 125$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Pudełko ma kształt sześcianu o objętości 64 dm^3. Oblicz krawędź i łączną długość 12 krawędzi.

Kontekst: Krawędź z objętości / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W umownym modelu kosztu $K = x^3$, gdzie x jest liczbą dodatnią, koszt wzrósł z 64 do 512 jednostek. Ile razy wzrosło x?

Kontekst: Model potęgowy / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Czujnik zapisuje przemieszczenie z jako $z = t^3$. Dla odczytu $z = -64$ wyznacz t i sprawdź znak.

Kontekst: Pierwiastki i znaki / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $\sqrt[3]{N} - 4 = 2$. Odtwórz liczbę N.

Kontekst: Odwracanie potęgowania / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 1, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Potęgi o ujemnych i ułamkowych wykładnikach

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{2^5 \cdot 4^6}{8^5}$.

2 UTRWALENIE +

Oblicz $25^{-1/2} + 5^{-1}$.

3 UTRWALENIE +

Ile cyfr ma liczba $2^7 5^7$? Uzasadnij.

4 KROK DALEJ

Znajdź całkowite n spełniające $2^n < 2^7 + 1 < 2^{n+1}$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij podzielność $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ przez 7 dla każdego naturalnego n.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie nieujemne całkowite x,y spełniające $2^x + 2^y = 2^8$. Uzasadnij kompletność.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 2, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Potęgi o ujemnych i ułamkowych wykładnikach

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a^u a^v = a^{u+v}$, $(a^u)^v = a^{uv}$; dla $a \neq 0$: $a^0 = 1$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $2^5 \cdot 2^2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Zapisz 8^5 jako potęgę 2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{3^{-1} \cdot 4^{0,5}}{3^{-2} \cdot 2^{-1}}$ jest równa

A. $\frac{1}{12}$ **B.** 12 **C.** $\frac{1}{18}$ **D.** 18

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 2, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^5/2^4$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^5 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^5 \cdot 10^{-5}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^6/2^5$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^6 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^6 \cdot 10^{-6}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^7/2^6$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^7 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^7 \cdot 10^{-7}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 2/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $2^8/2^7$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $3^0 + 2^{-1}$.
Odpowiedź: .....

3. Zapisz 4^8 jako potęgę 2.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $10^8 \cdot 10^{-8}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 2. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $2^5 \cdot 2^3$.

2^{15}

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $(3^2)^5$.

3^7

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano 5^0.

0

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 2. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $2^6 \cdot 2^3$.

2^{18}

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $(3^2)^6$.

3^8

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano 6^0.

0

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Serwer przechowuje 2^5 folderów, po 2^3 pliki w każdym. Ile plików przechowuje łącznie?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W modelu podwajamy zasób co rok. Początkowo jest 5 jednostek. Ile będzie po 4 latach?

Kontekst: Wzrost wykładniczy / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W ćwiczeniowej hodowli liczebność $N(t) = 5 \cdot 3^t$. Ile wynosi $N(3)/N(1)$?

Kontekst: Model liczebności / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: zapisano $2^x \cdot 8 = 2^{10}$. Wyznacz x.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 2, s. 4. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Działania na logarytmach

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $\log_6 216 - \log_6 6$.

2 UTRWALENIE +

Oblicz $\log_{36} \sqrt{6}$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\log_6(x-5) = 2$.

4 KROK DALEJ

Rozwiąż $\log_6 x + \log_6(x-5) = 1$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla $a, b, c > 0$, różnych od 1, wykaż $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie całkowite pary $2 \leq u, v \leq 36$, dla których $\log_u v + \log_v u = \frac{5}{2}$. Uzasadnij.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 3, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Działania na logarytmach

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\log_a b = c \iff a^c = b;\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0.$

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Oblicz $\log_6 36$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz $\log_6 1$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_8 4 + \log_8 32 - \log_8 2$ jest równa

A. $\log_8 34$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** 8

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_6 6$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_6 36$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_6 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_6(1/6)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_7 7$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_7 49$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_7 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_7(1/7)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_8 8$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_8 64$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_8 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_8(1/8)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 3/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\log_9 9$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $\log_9 81$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\log_9 1$.
Odpowiedź: .....

4. Oblicz $\log_9(1/9)$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 3. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\log_6 1$.

1

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $\log_6 x + \log_6 y$ dla x,y>0.

$\log_6(x+y)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\log_6 x = 2$.

$x = 12$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 3. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Obliczano $\log_7 1$.

1

Poprawa i uzasadnienie:

2. Upraszczano $\log_7 x + \log_7 y$ dla x,y>0.

$\log_7(x+y)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $\log_7 x = 2$.

$x = 14$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Skala mapy cyfrowej ma poziom $L = \log_2 z$. Dla powiększenia $z = 2^7$ oblicz L.

Kontekst: Skale logarytmiczne / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W modelu firma potraja sprzedaż co rok. Po ilu latach sprzedaż wzrośnie 3^5 razy?

Kontekst: Model wzrostu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Czujnik używa umownej skali $S = \log_{10} I$. Odczyt zmalał z 7 do 5. Ile razy zmalało I?

Kontekst: Logarytm jako skala / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $\log_6 I = 5$. Odtwórz dodatnie I.

Kontekst: Definicja logarytmu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 3, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Różnica kwadratów

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Oblicz $x^2 + 10x + 25$ dla $x = \sqrt{6} - 5$.

2 UTRWALENIE +

Uprość $(x + 5)^2 - (x - 5)^2$.

3 UTRWALENIE +

Rozłóż na czynniki $x^3 - 10x^2 + 25x$.

4 KROK DALEJ

Wiadomo, że $u + v = 10$ i $uv = 1$. Oblicz $u^2 + v^2$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że $(x^2 + 1)^2 \geq 4x^2$ dla każdego rzeczywistego x. Podaj warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (x, y) takie, że $x^2 - y^2 = 120$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Różnica kwadratów

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $(u \pm v)^2 = u^2 \pm 2uv + v^2$; $u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiń $(x + 5)^2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozłóż na czynniki $x^2 - 25$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\pi + 1)^2 - (\pi - 1)^2$ jest równa

A. 0 **B.** 2 **C.** 4π **D.** $4\pi + 2$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 4, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+5)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-25.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(5+1)^2-(5-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $5x^2+10x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+6)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-36.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(6+1)^2-(6-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $6x^2+12x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+7)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-49.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(7+1)^2-(7-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $7x^2+14x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 4/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiń $(x+8)^2$.
Odpowiedź: .....

2. Rozłóż x^2-64.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $(8+1)^2-(8-1)^2$.
Odpowiedź: .....

4. Wyłącz wspólny czynnik w $8x^2+16x$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 4. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+5)^2$.

x^2+25

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-25.

$(x-5)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+5)^2$.

-25

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 4. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwijano $(x+6)^2$.

x^2+36

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozkładano x^2-36.

$(x-6)^2$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczano $x^2-(x+6)^2$.

-36

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Kwadratowy ogródek zwiększono z boku 5 m do 7 m. O ile wzrosło pole?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny koszt wynosi $K(x) = (x+5)^2$ zł. O ile $K(x)$ przewyższa x^2?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Dwie kwadratowe powierzchnie do badań mają boki $t+5$ i $t-5$, gdzie $t > 5$. Wyraź różnicę ich pól.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $(x+5)^2 - x^2 = 85$. Wyznacz x.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 4, s. 5. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n(n+1)$ jest parzyste dla każdego całkowitego n.

2 UTRWALENIE +

Wykaż podzielność $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}$ przez 31 dla naturalnych n.

3 UTRWALENIE +

Wykaż, że $n^3 - n$ jest podzielne przez 6 dla każdego całkowitego n.

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie dodatnie całkowite n, dla których $n+5$ dzieli n^2+6.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Udowodnij, że dla każdej liczby pierwszej $p > 3$ liczba $p^2 - 1$ jest podzielna przez 24.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dowód podzielności

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Aby wykazać podzielność przez d, zapisz liczbę jako $d \cdot k$ z całkowitym k.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozłóż na iloczyn $5n^2 + 5n$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Wyłącz 5^n w sumie $5^n + 5^{n+1}$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $3n^2 + 6n + 15$ jest podzielna przez 12.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 5, s. 6. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 5n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $5n$ jest podzielne przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $5n + 1$ przez 5 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 6n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $6n$ jest podzielne przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $6n + 1$ przez 6 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 7n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $7n$ jest podzielne przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $7n + 1$ przez 7 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 5/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wyłącz n w $n^2 + 8n$.
Odpowiedź: .....

2. Czy $8n$ jest podzielne przez 8 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

3. Jaka jest reszta z dzielenia $8n + 1$ przez 8 dla całkowitego n?
Odpowiedź: .....

4. Czy iloczyn dwóch kolejnych liczb całkowitych jest parzysty?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 5 w $5n + 10$.

$5(n + 10)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 5k + 5$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 5$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 5. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyłączano czynnik 6 w $6n + 12$.

$6(n + 12)$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Badano parzystość $n(n + 1)$.

Oba czynniki są zawsze nieparzyste.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Z zapisu $N = 6k + 6$ wyciągnięto wniosek o reszcie.

$r = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest $5n + 15$ sztuk. Wykaż, że można je podzielić na pełne paczki po 5.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Fundusz wynosi $n^2 - 1$ zł, gdzie n jest dodatnie i nieparzyste. Wykaż, że można go rozdzielić równo na 8 całozłotowych części.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Plan pomiarów przewiduje $5^k(1 + 5 + 25)$ odczytów. Ile pełnych serii po 31 odczytów można wykonać?

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: liczba $N = 5k + r$ daje przy dzieleniu przez 5 resztę 1. Jeśli $0 \leq r < 5$, wyznacz r.

Kontekst: Podzielność i reszty / ZPE

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 5, s. 6. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Nierówność liniowa i liczby całkowite

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $\frac{x-2}{2} \geq 1$.

2 UTRWALENIE +

Rozwiąż $-3(x+2) < 6$.

3 UTRWALENIE +

Znajdź największą całkowitą liczbę x spełniającą $2x - 1 \leq 6$.

4 KROK DALEJ

Wyznacz wszystkie całkowite x spełniające $2 \leq 2x + 1 < 5$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wyznacz wszystkie rzeczywiste m, dla których $(m-2)x + m \geq 0$ dla każdego $x \in [0, 2]$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie całkowite m, dla których nierówność $|2x - m| < 2$ ma dokładnie 2 całkowitych rozwiązań x.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Nierówność liniowa i liczby całkowite

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Po mnożeniu lub dzieleniu nierówności przez liczbę ujemną odwróć jej znak.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiąż $x + 2 > 4$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozwiąż $-x < 2$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dana jest nierówność $\frac{7+2x}{5} \geq \frac{4}{15}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. -4 **B.** -3 **C.** -2 **D.** -1

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x + 2 > 4$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $2x \leq 4$.
Odpowiedź: .....

3. Rozwiąż $-x \geq 2$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $x = 2$ spełnia $x < 2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x + 3 > 6$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $2x \leq 6$.
Odpowiedź: .....

3. Rozwiąż $-x \geq 3$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $x = 3$ spełnia $x < 3$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x + 4 > 8$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $2x \leq 8$.
Odpowiedź: .....

3. Rozwiąż $-x \geq 4$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $x = 4$ spełnia $x < 4$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 6/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x + 5 > 10$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $2x \leq 10$.
Odpowiedź: .....

3. Rozwiąż $-x \geq 5$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $x = 5$ spełnia $x < 5$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 6. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $-2x < 4$.

$x < -2$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Zapisano przedział dla $x \leq 2$.

$(-\infty, 2)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $2(x + 2) \leq 8$.

$x \leq 4$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 6. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $-2x < 6$.

$x < -3$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Zapisano przedział dla $x \leq 3$.

$(-\infty, 3)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $2(x + 3) \leq 12$.

$x \leq 6$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Przesyłka z n przedmiotami waży $3n + 5$ kg. Limit to 26 kg. Ile całych przedmiotów najwyżej wolno wysłać?

Kontekst: Ograniczenia w modelach liniowych / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Wyjście kosztuje 10 zł opłaty stałej i 4 zł za osobę. Budżet to 30 zł. Ile osób najwyżej można zgłosić?

Kontekst: Budżet jako nierówność / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Model temperatury ma postać $T(t) = 2t - 2$ dla t≥0. Wyznacz chwile, w których temperatura jest dodatnia.

Kontekst: Próg w modelu liniowym / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: koszt $3n+5$ zł pozwala kupić najwyżej 2 sztuk. Jakie całkowite budżety B są możliwe?

Kontekst: Nierówność od końca / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 6, s. 7. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Równanie zapisane w postaci iloczynu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Podaj wszystkie różne pierwiastki $x(x-4)(x+4)=0$ i ich sumę.

2 UTRWALENIE +

Ile różnych rzeczywistych rozwiązań ma $(x^2-16)(x^2+25)=0$?

3 UTRWALENIE +

Suma wszystkich różnych rozwiązań $(x-4)(x-8)(x-m)=0$ wynosi 0. Wyznacz m.

4 KROK DALEJ

Dla jakich m równanie $x(x-4)(x-m)=0$ ma dokładnie dwa różne pierwiastki?

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Czy istnieje m, dla którego $x(x-4)(x-m)=0$ ma trzy różne pierwiastki o sumie 4? Uzasadnij.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie rzeczywiste k, dla których $(x^2-16)(x^2-kx+16)=0$ ma dokładnie trzy różne pierwiastki rzeczywiste.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Równanie zapisane w postaci iloczynu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $AB = 0 \iff A = 0$ lub $B = 0$. Liczymy różne liczby, nie krotności czynników.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiąż $x(x-4) = 0$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozwiąż $x^2 = 16$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma wszystkich rozwiązań równania $(x^2-4)(x^2-9) = 0$ jest równa

A. -13 **B.** 0 **C.** 5 **D.** 13

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x(x-4)=0$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2-16=0$.
Odpowiedź: .....

3. Ile różnych rozwiązań ma $(x-4)^2=0$?
Odpowiedź: .....

4. Oblicz sumę pierwiastków $x(x+4)=0$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x(x-5)=0$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2-25=0$.
Odpowiedź: .....

3. Ile różnych rozwiązań ma $(x-5)^2=0$?
Odpowiedź: .....

4. Oblicz sumę pierwiastków $x(x+5)=0$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x(x-6)=0$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2-36=0$.
Odpowiedź: .....

3. Ile różnych rozwiązań ma $(x-6)^2=0$?
Odpowiedź: .....

4. Oblicz sumę pierwiastków $x(x+6)=0$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 7/ 4 punkty

Imię: .....

1. Rozwiąż $x(x-7)=0$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2-49=0$.
Odpowiedź: .....

3. Ile różnych rozwiązań ma $(x-7)^2=0$?
Odpowiedź: .....

4. Oblicz sumę pierwiastków $x(x+7)=0$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x(x-4)=0$.
$x=4$ tylko
Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $x^2=16$.
4
Poprawa i uzasadnienie:

3. Liczono różne rozwiązania $x(x-4)^2=0$.
3 rozwiązania
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 7. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x(x-5)=0$.
$x=5$ tylko
Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $x^2=25$.
5
Poprawa i uzasadnienie:

3. Liczono różne rozwiązania $x(x-5)^2=0$.
3 rozwiązania
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W modelu zysk $Z(n) = (n-4)(n-8)$. Dla jakich nieujemnych n zysk wynosi zero?

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny bilans $B(t) = t(t-4)(t-5)$. Podaj wszystkie nieujemne chwile zerowego bilansu.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Czujnik ma model $S(t) = (t^2-16)(t^2+1)$. Podaj nieujemne chwile t, w których odczyt jest zerowy.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: równanie $x(x-m) = 0$ ma dwa różne pierwiastki o sumie 4. Wyznacz m.

Kontekst: Model i własności działań / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 7, s. 7. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Dzielenie wyrażeń wymiernych

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{x^2-25}{x-5}$ i podaj wykluczenie.

2 UTRWALENIE +

Oblicz $\frac{x+5}{x-5} : \frac{x+5}{x-5}$ z wykluczeniami.

3 UTRWALENIE +

Uprość $\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x+5}$. Podaj dziedzinę.

4 KROK DALEJ

Rozwiąż nierówność $\frac{x-5}{x+5} > 0$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

W zależności od rzeczywistego b rozwiąż $\frac{(x-5)(x-b)}{x-5} = 0$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych (x, y) spełniające $1/x + 1/y = 1/5$. Uzasadnij kompletność.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 8, s. 8. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Dzielenie wyrażeń wymiernych

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw wyklucz zera mianowników. Skracaj czynniki iloczynu, nigdy składniki sumy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Podaj wykluczenie dla $1/(x-5)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Uprość $5x/5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2), 0 oraz 2 wartość wyrażenia $\frac{4}{x^2+2x} : \frac{5x}{4-x^2}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{8-4x}{5x^2}$

B. $\frac{4x-8}{5x^2}$

C. $\frac{20}{(x+2)^2 \cdot (x-2)}$

D. $\frac{20}{(x+2)^2 \cdot (2-x)}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 8, s. 8. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-5)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/5 + 1/5$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/5$ dla $x = 10$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-5)/(x-5)$ dla $x \neq 5$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-6)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/6 + 1/6$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/6$ dla $x = 12$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-6)/(x-6)$ dla $x \neq 6$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-7)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/7 + 1/7$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/7$ dla $x = 14$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-7)/(x-7)$ dla $x \neq 7$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 8/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj wykluczenie dla $1/(x-8)$.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $1/8 + 1/8$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $x/8$ dla $x = 16$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $(x-8)/(x-8)$ dla $x \neq 8$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 8. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $(x+5)/x$ dla x≠0.
5
Poprawa i uzasadnienie:

2. Skrócono $(x^2-25)/(x-5)$.
$x+5$ dla każdego x
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $x/(x-5)=0$.
5
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 8. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Upraszczano $(x+6)/x$ dla x≠0.
6
Poprawa i uzasadnienie:

2. Skrócono $(x^2-36)/(x-6)$.
$x+6$ dla każdego x
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $x/(x-6)=0$.
6
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Koszt wykonania n sztuk to $K(n) = 5n + 100$. Wyraź średni koszt jednej sztuki dla n>0.

Kontekst: Model kosztu jednostkowego / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Cena hurtowa za n sztuk wynosi $5n + 25$ zł. Ile wynosi średnia cena dla $n = 5$?

Kontekst: Iloraz jako średnia cena / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W roztworze jest 10 g substancji w 5 litrach. Wyraź stężenie $c(V) = 10/V$ i oblicz je po dolaniu 5 litrów wody.

Kontekst: Model ilorazowy / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: średni koszt $5 + 100/n$ wyniósł 10 zł. Wyznacz dodatnie n.

Kontekst: Równanie wymierne / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 8, s. 8. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Nierówność kwadratowa

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $(x-5)(x+5) \leq 0$.

2 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x^2 - 10x + 25 < 1$.

3 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x^2 - 25 > 0$.

4 KROK DALEJ

Wypisz wszystkie całkowite rozwiązania $(x-5)(x-7) \leq 0$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla jakich rzeczywistych m nierówność $x^2 - 2mx + m^2 + 5 - m \geq 0$ jest prawdziwa dla każdego rzeczywistego x?

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie rzeczywiste m, dla których nierówność $x^2 - 2mx + m^2 < 25$ ma dokładnie 9 rozwiązań całkowitych.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 9, s. 9. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Nierówność kwadratowa

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Znajdź zera, ustal kierunek ramion paraboli i znak na przedziałach. Sprawdź końce.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Znajdź miejsca zerowe $x^2 - 25$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Jaki znak ma $x^2 + 5$ dla rzeczywistych x?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Rozwiąż nierówność $x(3x - 2) < 1$. Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 9, s. 9. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-5)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 25$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=5$ spełnia $x^2<25$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-5)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-6)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 36$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=6$ spełnia $x^2<36$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-6)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-7)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 49$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=7$ spełnia $x^2<49$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-7)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 9/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj zera $(x-8)(x+1)$.
Odpowiedź: .....

2. Rozwiąż $x^2 \leq 64$.
Odpowiedź: .....

3. Czy $x=8$ spełnia $x^2<64$?
Odpowiedź: .....

4. Jaki znak ma $(x-8)^2$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 9. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x^2 < 25$.

$x < 5$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $(x-5)(x+5) > 0$.

$(-5, 5)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązanie $(x-5)^2 \leq 0$.

$\varnothing$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 9. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Rozwiązywano $x^2 < 36$.

$x < 6$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Rozwiązywano $(x-6)(x+6) > 0$.

$(-6, 6)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązanie $(x-6)^2 \leq 0$.

$\varnothing$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Prostokąt ma boki x i $x+5$ metrów, x>0. Jego pole nie może przekroczyć 50 m^2. Wyznacz dopuszczalne x.

Kontekst: Ograniczenie pola / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Model zysku to $Z(n)=-(n-5)^2+25$ dla całkowitego n≥0. Przy jakich n zysk jest nieujemny?

Kontekst: Warunek opłacalności modelu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W ćwiczeniowym modelu wysokość $h(t)=-t^2+10t$. Dla jakich nieujemnych chwil h jest dodatnia?

Kontekst: Dodatnie wartości modelu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: rozwiązaniem $x^2<c$ jest dokładnie przedział $(-5,5)$. Wyznacz c.

Kontekst: Granice nierówności / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 9, s. 9. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Model zakupów i układ równań

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rozwiąż $x + y = 13$, $x - y = 3$.

2 UTRWALENIE +

Ceny x,y spełniają $2x + y = 17$ i $x + 3y = 26$. Oblicz obie ceny.

3 UTRWALENIE +

Sprzedano 15 biletów: normalne po 8 zł, ulgowe po 5 zł. Wpływ wyniósł 96 zł. Ile było ulgowych?

4 KROK DALEJ

Zbadaj liczbę rozwiązań układu $x + y = 5$, $x + my = 5$ w zależności od m.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Ile dodatnich całkowitych par (x, y) spełnia $x + y = 10$ i $x > y$? Uzasadnij.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie nieujemne całkowite pary (x, y) spełniające $2x + 3y = 31$. Uzasadnij kompletność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Model zakupów i układ równań

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Dla układu $x+y=S,\ x-y=D$ mamy $x=(S+D)/2,\ y=(S-D)/2$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Rozwiąż $x+y=10$, $x-y=2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Rozwiąż $x+y=11$, $x=5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

W pewnym sklepie czekolada $\mathcal{C}$ kosztuje x złotych, a baton $\mathcal{B}$ kosztuje y złotych. Piotr kupił w tym sklepie 8 czekolad $\mathcal{C}$ oraz 4 batony $\mathcal{B}$ i zapłacił za te zakupy 82 złote. Natalia kupiła w tym sklepie 3 czekolady $\mathcal{C}$ oraz 9 batonów $\mathcal{B}$ i zapłaciła za te zakupy 60 złotych.
Oblicz cenę x czekolady $\mathcal{C}$. Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 10, s. 10. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 10$ i $x = 6$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 10$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 5$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 10$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 12$ i $x = 7$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 12$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 6$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 12$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 14$ i $x = 8$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 14$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 7$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 14$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 10/ 4 punkty

Imię: .....

1. $x + y = 16$ i $x = 9$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

2. $x + y = 16$, $x - y = 2$. Oblicz x.
Odpowiedź: .....

3. Jeśli $x = 8$, $y = -1$, podaj znak xy.
Odpowiedź: .....

4. $x + y = 16$, $x - y = 0$. Oblicz y.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 10. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dodawano $x + y = 10$ i $x - y = 2$.
$2x = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Z $x + y = 10$ wyznaczano y.
$y = x - 10$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $x = 5$, $y = -5$. Określano znak iloczynu.
Iloczyn jest dodatni.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 10. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dodawano $x + y = 12$ i $x - y = 2$.
$2x = 10$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Z $x + y = 12$ wyznaczano y.
$y = x - 12$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $x = 6$, $y = -6$. Określano znak iloczynu.
Iloczyn jest dodatni.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W magazynie jest 10 pudełek dwóch typów. Pierwszych jest o 2 więcej. Ile pudełek jest każdego typu?

Kontekst: Model dwóch niewiadomych / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Dwa zeszyty i długopis kosztują 16 zł, a zeszyt i dwa długopisy 17 zł. Oblicz ceny obu produktów.

Kontekst: Ceny z dwóch zakupów / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Dwie serie pomiarowe zawierają łącznie 10 próbek. W pierwszej są o 2 próbki więcej. Wyznacz liczebności obu serii.

Kontekst: Bilans liczebności / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Zadanie odwrócone: $2x + y = 16$, a y jest o 1 większe od x. Jaki będzie koszt $x + 2y$?

Kontekst: Uzupełnienie brakującego paragonu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 10, s. 10. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Odczytywanie własności funkcji z wykresu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 4$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 4 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości.

2 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 4$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 4 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Rozwiąż $f(x) = 3$.

3 UTRWALENIE +

Dana jest $f(x) = x + 4$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 4 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Podaj największą wartość i wszystkie argumenty jej osiągania.

4 KROK DALEJ

Dana jest $f(x) = x + 4$ dla $-2 \leq x < 0$ i $f(x) = 4 - x$ dla $0 \leq x \leq 3$. Wyznacz zbiór $\{x : f(x) > 2\}$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

$g(x) = |x - 4| + |x - (8)|$. Wyznacz minimum g i wszystkie argumenty, dla których jest osiągane.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz, zależnie od m, liczbę rzeczywistych rozwiązań $|x - 4| + |x - (8)| = m$. Uzasadnij wszystkie przypadki.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Odczytywanie własności funkcji z wykresu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Wartość f(x) odczytuj tylko z części wzoru obejmującej dany x. Nawias kwadratowy włącza koniec przedziału, a okrągły go wyłącza.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$f(x) = x + 4$ dla $x \in [-2, 2]$. Oblicz f(1).

2 JEDEN KROK DALEJ

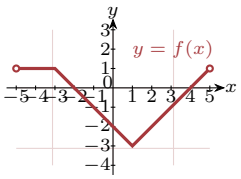
$f(x) = |x - 4|$. Podaj minimum i argument minimum.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in (-5, -3], \\ -x - 2 & \text{dla } x \in (-3, 1], \\ x - 4 & \text{dla } x \in (1, 5). \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział …
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział …
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział …

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 11, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 4|$. Oblicz $f(4)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 4$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-4, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 4| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 5|$. Oblicz $f(5)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 5$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-5, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 5| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 6|$. Oblicz $f(6)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 6$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-6, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 6| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 11/ 4 punkty

Imię: .....

1. $f(x) = |x - 7|$. Oblicz $f(7)$.
Odpowiedź: .....

2. $f(x) = x + 7$. Oblicz f(0).
Odpowiedź: .....

3. Dziedzina to $[-7, 3]$. Czy 3 należy do dziedziny?
Odpowiedź: .....

4. Ile rozwiązań ma $|x - 7| = 1$?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 11. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = |x - 4|$. Uczeń szuka minimum.
$\min f = -4$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wykres ma dziedzinę $(-2, 3]$.
Punkt o x=-2 należy do wykresu.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $|x - 4| = 2$.
$x = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 11. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = |x - 5|$. Uczeń szuka minimum.
$\min f = -5$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Wykres ma dziedzinę $(-2, 3]$.
Punkt o x=-2 należy do wykresu.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązano $|x - 5| = 2$.
$x = 7$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Wędrówka jest opisana odległością od domu: $d(t) = t$ dla $0 \leq t \leq 6$, potem $d(t) = 2(6) - t$ aż do powrotu. Po jakim czasie nastąpi powrót?

Kontekst: Funkcje określone przedziałami / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Taryfa wynosi 10 zł do 2 godzin włącznie i po 4 zł za każdą kolejną pełną godzinę. Oblicz koszt 5 godzin.

Kontekst: Modele przedziałowe / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu temperatura $T(t) = 4 + |t - 6|$ °C dla $0 \leq t \leq 12$. Kiedy osiąga minimum?

Kontekst: Dziedzina i wartości modeli / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Model $d(x) = |x - p|$ opisuje odległość. Wiadomo, że $d(0) = 7$ i $p > 0$. Odtwórz p i wskaż punkt minimalnej odległości.

Kontekst: Od wartości do argumentu / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 11, s. 11. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Parametr w funkcji liniowej

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$f_k(x) = (k+5)x + k - 7$. Wyznacz k, gdy $f_k(1) = 0$.

2 UTRWALENIE +

Dla $f_k(x) = (k+5)x + k - 7$ znajdź wszystkie k, dla których funkcja rośnie.

3 UTRWALENIE +

$f_k(x) = (k+5)x + k - 7$. Dla jakiego k wykres przechodzi przez $(0, 2)$?

4 KROK DALEJ

Znajdź wszystkie k, dla których $f_k(x) = (k+5)x + k - 7$ ma dodatnie miejsce zerowe.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że wykresy $f_k(x) = (k+5)x + k - 7$ dla wszystkich rzeczywistych k przechodzą przez jeden stały punkt. Znajdź go.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla $f_k(x) = (k+5)x + k - 7$ sklasyfikuj liczbę rozwiązań równania $f_k(f_k(x)) = x$ w zależności od k.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 12, s. 12. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Parametr w funkcji liniowej

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Funkcja $f(x) = ax + b$ rośnie dla $a > 0$, maleje dla $a < 0$. Punkt (u, v) leży na wykresie, gdy $f(u) = v$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Dla $f(x) = 3x + 3$ oblicz $f(0)$.

2 JEDEN KROK DALEJ

$f(x) = (k + 2)x$. Dla jakich k funkcja maleje?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 5x + m^2 + 6m$, gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, -9)$.

Oblicz m. Zapisz obliczenia.

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+4)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 2$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-4)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 4$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+5)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 3$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-5)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 5$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+6)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 4$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-6)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 6$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 12/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = (k+7)x$ znajdź k, gdy funkcja jest stała.
Odpowiedź: .....

2. Dla $f(x) = kx + 5$ oblicz $f(0)$.
Odpowiedź: .....

3. Dla $f(x) = (k-7)x$ podaj warunek wzrostu.
Odpowiedź: .....

4. Dla $f(x) = x + k$ i $f(2) = 7$ znajdź k.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 12. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (k+5)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.
$k < -5$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = kx + 3$ i $f(0) = 3$. Uczeń wyznacza k.
$k = 0$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 5$.
$k = 7$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 12. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (k+6)x + 1$. Uczeń ustala warunek wzrostu.
$k < -6$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = kx + 4$ i $f(0) = 4$. Uczeń wyznacza k.
$k = 0$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = x + k$, $f(2) = 6$.
$k = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Taksówka w modelu pobiera 8 zł opłaty początkowej i 5 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Firma modeluje koszt $K(x) = 5x + 8$ zł i przychód $R(x) = 7x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 5t + 8$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 33 °C?

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 18$ oraz $f(5) = 33$. Wyznacz a i b.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 12, s. 12. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Własności i postacie funkcji kwadratowej

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dla $f(x) = 2(x-3)^2 - 8$ podaj wierzchołek, zera i zbiór wartości.

2 UTRWALENIE +

Zapisz $f(x) = x^2 - 6x + 12$ w postaci kanonicznej i podaj minimum.

3 UTRWALENIE +

Funkcja ma wierzchołek $(3, -2)$ i przechodzi przez $(4, 1)$. Wyznacz jej wzór.

4 KROK DALEJ

Dla $f(x) = (x-3)^2$ znajdź najmniejszą wartość $f(x) + f(x+2)$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla każdego rzeczywistego x zachodzi $(x-3)^2 + (x-5)^2 \geq 2$. Ustal warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla jakich rzeczywistych m równanie $(|x|-3)^2 - 4 = m$ ma dokładnie trzy różne rozwiązania?

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 13.1–13.2, s. 13. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Własności i postacie funkcji kwadratowej

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Postać kanoniczna: $f(x) = a(x-p)^2 + q$. Wierzchołek to (p, q), a oś symetrii ma równanie $x = p$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Odczytaj wierzchołek $(x-3)^2 + 1$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Podaj najmniejszą wartość $2(x-3)^2 - 3$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2(x-2)^2 + 4$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dwa rzeczywiste miejsca zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = 2$.	P	F

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzorem funkcji f zapisanym w postaci ogólnej jest

A. $f(x) = 2x^2 - 4$
B. $f(x) = 2x^2 + 12$
C. $f(x) = 2x^2 - 4x + 12$
D. $f(x) = 2x^2 - 8x + 12$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. Odczytaj wierzchołek $f(x) = (x-3)^2 + 2$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj oś symetrii $f(x) = (x-3)^2 - 1$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz minimum $f(x) = 2(x-3)^2 + 2$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $y = -x^2 + 2$ ma ramiona w górę?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. Odczytaj wierzchołek $f(x) = (x-4)^2 + 3$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj oś symetrii $f(x) = (x-4)^2 - 1$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz minimum $f(x) = 2(x-4)^2 + 3$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $y = -x^2 + 3$ ma ramiona w górę?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. Odczytaj wierzchołek $f(x) = (x-5)^2 + 4$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj oś symetrii $f(x) = (x-5)^2 - 1$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz minimum $f(x) = 2(x-5)^2 + 4$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $y = -x^2 + 4$ ma ramiona w górę?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 13/ 4 punkty

Imię: .....

1. Odczytaj wierzchołek $f(x) = (x-6)^2 + 5$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj oś symetrii $f(x) = (x-6)^2 - 1$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz minimum $f(x) = 2(x-6)^2 + 5$.
Odpowiedź: .....

4. Czy $y = -x^2 + 5$ ma ramiona w górę?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 13. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (x-3)^2 + 2$. Uczeń podaje wierzchołek.
$(-3, 2)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = -(x-3)^2 + 2$.
Najmniejsza wartość to 2.
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = (x-3)^2$. Uczeń rozwija nawias.
$x^2 + 9$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 13. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $f(x) = (x-4)^2 + 3$. Uczeń podaje wierzchołek.
$(-4, 3)$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $f(x) = -(x-4)^2 + 3$.
Najmniejsza wartość to 3.
Poprawa i uzasadnienie:

3. $f(x) = (x-4)^2$. Uczeń rozwija nawias.
$x^2 + 16$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Ogród ma boki x oraz $10 - x$ metrów. Wyznacz x, dla którego pole jest największe.

Kontekst: Pole i funkcja kwadratowa / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny model zysku to $Z(x) = -(x - 5)^2 + 25$ zł. Podaj największy zysk i wielkość x.

Kontekst: Maksimum modelu zysku / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu ruch opisuje model $h(t) = t(10 - t)$ cm dla $0 \leq t \leq 10$. Oblicz czas i wysokość maksimum.

Kontekst: Model ruchu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Wierzchołek modelu $f(x) = a(x - 5)^2$ jest znany, a $f(7) = 12$. Odtwórz a i podaj wzór.

Kontekst: Odtwarzanie paraboli / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 13.1–13.2, s. 13. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Wzór i monotoniczność ciągu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_4.

2 UTRWALENIE +

$a_n = (3+1)2^{n-1} - 1$. Oblicz a_1 i a_3.

3 UTRWALENIE +

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Pokaż, że $b_n = a_n + 1$ jest ciągiem geometrycznym.

4 KROK DALEJ

$a_n = (3+1)2^{n-1} - 1$. Wyznacz n, jeśli $a_n = 31$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż bez wypisywania wszystkich wyrazów, że ciąg $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$ jest rosnący i od drugiego wyrazu ma tylko liczby nieparzyste.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

$a_1 = t$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$, gdzie t jest dodatnią liczbą całkowitą. Wyznacz wszystkie pary (t,n), dla których $a_n = 2^6 - 1$.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Wzór i monotoniczność ciągu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W rekurencji obliczaj kolejne wyrazy w podanej kolejności. We wzorze ogólnym podstaw właściwy indeks: pierwszy wyraz ma n=1.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 3$. Oblicz a_2.

2 JEDEN KROK DALEJ

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 32 \cdot (\frac{1}{2})^{n-5}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 8 **B.** 64 **C.** 128 **D.** 256

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg (a_n) jest

A. arytmetyczny i rosnący.

B. arytmetyczny i malejący.

C. geometryczny i rosnący.

D. geometryczny i malejący.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 3$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 4$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 5$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 5, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 6$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 6, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1.$
$a_2 = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$
$a_1 = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2.$
$a_n = 3 + 2n$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n + 1.$
$a_2 = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}.$
$a_1 = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2.$
$a_n = 4 + 2n$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Licznik automatu zaczyna od 3. Każdy etap podwaja stan i dodaje 1. Podaj stan po dwóch etapach.

Kontekst: Przekształcenie rekurencji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W symulacji saldo początkowe to 3 zł. Co etap podwaja się je i dopłaca 1 zł. Oblicz saldo po trzech etapach.

Kontekst: Rekurencyjny model salda / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Umowny model liczebności to $u_1 = 3$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Ile wynosi u_4?

Kontekst: Model kolejnych etapów / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Reguła pomiaru brzmi $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Raport podaje $u_2 = 7$. Odtwórz u_1 i u_3.

Kontekst: Odtwarzanie wyrazów / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Wyznaczanie ciągu arytmetycznego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W ciągu arytmetycznym $a_2 = 10, a_7 = 25$. Wyznacz a_1 i różnicę.

2 UTRWALENIE +

$a_1 = 7, d = 3$. Oblicz sumę dziesięciu pierwszych wyrazów.

3 UTRWALENIE +

$a_n = 7 + (n-1)3$. Którym wyrazem jest liczba 31?

4 KROK DALEJ

Suma pierwszych n wyrazów ciągu $3, 6, 9, \ldots$ wynosi 45. Wyznacz naturalne n.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że w dowolnym ciągu arytmetycznym suma pięciu kolejnych wyrazów jest pięciokrotnością środkowego.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie rosnące ciągi arytmetyczne dodatnich liczb całkowitych, które mają co najmniej trzy wyrazy i sumę 23. Podaj pierwszy wyraz, różnicę i długość.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Wyznaczanie ciągu arytmetycznego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a_n = a_1 + (n-1)d$ i $S_n = n(a_1 + a_n)/2$. Między wyrazami a_k i a_l jest $|l-k|$ przyrostów.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 7, d = 3$. Oblicz a_3.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz różnicę ciągu zaczynającego się od $7, 10, 13$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma S_{10} dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa 90. Średnia arytmetyczna pierwszego, siódmego i ósmego wyrazu tego ciągu jest równa 10.

Oblicz pierwszy wyraz i różnicę ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 15, s. 15. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 7, d = 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $7, 9, 11$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 2n + 7$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -2 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 8, d = 3$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $8, 11, 14$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 3n + 8$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -3 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 9, d = 4$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $9, 13, 17$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4n + 9$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -4 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 15/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 10, d = 5$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek ciągu: $10, 15, 20$. Podaj różnicę.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5n + 10$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. Czy ciąg o różnicy -5 rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 15. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 7, d = 2$. Uczeń oblicza a_5.

$a_5 = 17$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 7, a_5 = 15$. Uczeń wyznacza różnicę.

$d = \frac{8}{5}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 7, a_4 = 13$. Obliczono S_4.

$S_4 = 80$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 15. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 8, d = 3$. Uczeń oblicza a_5.

$a_5 = 23$

Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 8, a_5 = 20$. Uczeń wyznacza różnicę.

$d = \frac{12}{5}$

Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 8, a_4 = 17$. Obliczono S_4.

$S_4 = 100$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W pierwszym rzędzie jest 9 miejsc, a w każdym następnym o 3 więcej. Ile miejsc ma dziesiąty rząd?

Kontekst: Ciąg arytmetyczny w układzie rzędów / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W symulacji odkładasz 9 zł pierwszego dnia i codziennie o 3 zł więcej. Ile odłożysz przez 5 dni?

Kontekst: Równe przyrosty oszczędności / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu pomiarowym odczyty co minutę to $9, 12, 15, \ldots$ mm. Przy stałym przyroście jaki będzie szósty odczyt?

Kontekst: Modele o stałym przyroście / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Raport podaje $a_2 = 12$ oraz $a_5 = 21$ ciągu arytmetycznego. Odtwórz a_1 i d.

Kontekst: Odtworzenie ciągu z pomiarów / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 15, s. 15. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Iloraz ciągu geometrycznego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$a_1 = 5, q = -3$. Oblicz a_5 i określ znak a_6.

2 UTRWALENIE +

$a_2 = 15, a_4 = 135$ oraz q>0. Wyznacz q i a_1.

3 UTRWALENIE +

W dodatnim ciągu geometrycznym $a_3 = 5$. Oblicz iloczyn $a_1a_2a_3a_4a_5$.

4 KROK DALEJ

$a_1 = 5, q = 2$. Wyznacz n, jeśli $a_n = 160$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla trzech dodatnich kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego zachodzi $a_1 + a_3 \geq 2a_2$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź wszystkie rosnące trójki dodatnich liczb całkowitych tworzących ciąg geometryczny, którego środkowy wyraz wynosi 9.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Iloraz ciągu geometrycznego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $a_n = a_1 q^{n-1}$. Dla trzech kolejnych wyrazów $a_2^2 = a_1 a_3$. Dodatkowe założenia pomagają wybrać znak q.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 5, q = 2$. Oblicz a_3.

2 JEDEN KROK DALEJ

$a_1 = 5, a_2 = 15$. Podaj iloraz.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Trzywyrazowy ciąg $(x, x+4, 2x+8)$, o wszystkich wyrazach dodatnich, jest geometryczny.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Iloraz tego ciągu jest równy

A. -4 **B.** -1 **C.** 2 **D.** 4

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 16, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 5, q = 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $5, 10, 20$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 5, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 6, q = 3$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $6, 18, 54$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 6, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 7, q = 4$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $7, 28, 112$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 7, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 16/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 8, q = 5$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. Początek: $8, 40, 200$. Podaj iloraz.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 8 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 8, q = -1$. Oblicz a_3.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 16. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 5, q = 2$. Uczeń liczy a_4.
$a_4 = 80$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 5, a_2 = 10$. Wyznaczono iloraz.
$q = \frac{1}{2}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 5, q = -2$. Obliczono a_2.
$a_2 = 10$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 16. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 6, q = 3$. Uczeń liczy a_4.
$a_4 = 486$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_1 = 6, a_2 = 18$. Wyznaczono iloraz.
$q = \frac{1}{3}$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 6, q = -2$. Obliczono a_2.
$a_2 = 12$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Warstwy konstrukcji mają kolejno $7, 14, 28, \ldots$ elementów. Ile ma piąta warstwa w tym modelu?

Kontekst: Powtarzany mnożnik / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny kapitał 700 zł co okres mnoży się przez 2. Jaki jest po trzech okresach? Pomijamy podatki.

Kontekst: Model procentowego wzrostu / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu populacja zaczyna od 7 jednostek i podwaja się co etap. Ile będzie po czterech etapach?

Kontekst: Wzrost geometryczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Dodatni ciąg geometryczny ma $a_1 = 7$ i $a_3 = 63$. Odtwórz dodatni iloraz q.

Kontekst: Odtworzenie mnożnika / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 16, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Tożsamość trygonometryczna

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Kąt rozwarty ma sinus $3/5$. Oblicz $5\sin\alpha/\tan\alpha$.

2 UTRWALENIE +

Kąt ostry spełnia $\sin\alpha = 5/13$. Oblicz $\tan\alpha + 1/\tan\alpha$.

3 UTRWALENIE +

Kąt ostry spełnia $5\sin\alpha = 6\cos\alpha$. Oblicz tangens i kwadrat sinusa.

4 KROK DALEJ

Kąt ostry spełnia $\sin\alpha + \cos\alpha = 7/5$. Oblicz $\sin\alpha\cos\alpha$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dla kąta ostrego $\sin\alpha + \cos\alpha \leq \sqrt{2}$. Wskaż warunek równości.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Znajdź najmniejszą wartość $1/\sin^2\alpha + 1/\cos^2\alpha$ dla $0 < \alpha < 90°$. Uzasadnij i wskaż wszystkie przypadki równości.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Tożsamość trygonometryczna

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\tan\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$. Dla kąta rozwartego cosinus jest ujemny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Kąt ostry ma $\sin\alpha = 3/5$. Oblicz $\cos\alpha$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Kąt rozwarty ma $\sin\alpha = 3/5$. Oblicz $\tan\alpha$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sin\alpha + \sin^2\alpha = \cos\alpha - \cos^2\alpha + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** 1 **D.** 2

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 17, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $5\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $6\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $7\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 17/ 4 punkty

Imię: .....

1. Oblicz $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj znak cosinusa kąta rozwartego.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz $\tan 45°$.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $8\sin\alpha/\tan\alpha$ dla kąta ostrego.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 17. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Kąt rozwarty ma sinus $3/5$.
$\cos\alpha = 4/5$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma tangens $3/4$.
$\sin\alpha = 3/4$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń korzysta z jedynki trygonometrycznej.
$\sin\alpha + \cos\alpha = 1$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 17. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Kąt rozwarty ma sinus $5/13$.
$\cos\alpha = 12/13$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Kąt ostry ma tangens $5/12$.
$\sin\alpha = 5/12$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Uczeń przekształca jedynkę trygonometryczną.
$\cos^2\alpha = 1 - \sin\alpha$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Rampa długości 25 m wznosi się pod kątem o sinusie $3/5$. Oblicz jej wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Element trójkątnej podpory ma rzut poziomy 20 dm i kąt nachylenia o tangensie $3/4$. Ile dm materiału wymaga pionowy element?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu ruchu wektor jednostkowy tworzy kąt rozwarty o sinusie $5/13$. Wyznacz jego składową poziomą.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Miernik pokazuje składowe jednostkowego kierunku: poziomą $-4/5$ i pionową $3/5$. Odtwórz tangens kąta i określ, czy kąt jest ostry, czy rozwarty.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 17, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Kąty wpisane w okrąg

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Punkty A,B,C,D leżą na okręgu. C i D leżą na tym samym łuku AB. Kąt ACB ma $28°$. Oblicz ADB i mniejszy kąt AOB.

2 UTRWALENIE +

AB jest średnicą, C leży na okręgu, a kąt CAB ma $28°$. Oblicz kąt ABC.

3 UTRWALENIE +

W czworokącie ABCD wpisanym w okrąg kąt A ma $103°$, a kąt B ma $73°$. Oblicz C i D.

4 KROK DALEJ

Cięciwy AB i CD przecinają się wewnątrz okręgu w P. Łuki AC i BD niezawierające pozostałych końców mają $56°$ i $76°$. Oblicz kąt APC.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że suma miar przeciwległych kątów dowolnego czworokąta wpisanego w okrąg wynosi $180°$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Trójkąt ABC jest równoboczny, P leży na krótszym łuku BC jego okręgu opisanego. Wykaż $PA = PB + PC$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Kąty wpisane w okrąg

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Na tym samym łuku: środkowy = 2 · wpisany. Kąt oparty na średnicy ma $90°$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

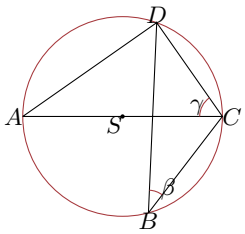
Kąt środkowy oparty na krótszym łuku ma $56°$. Ile ma kąt wpisany oparty na tym samym łuku?

2 JEDEN KROK DALEJ

Odcinek AB jest średnicą okręgu, a C leży na okręgu poza A i B. Podaj miarę kąta ACB.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Cztery różne punkty: A, B, C oraz D, leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu. Cięciwa BD przecina tę średnicę. Oznaczmy przez β miarę kąta wpisanego DBC, natomiast przez γ – miarę kąta wpisanego ACD (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $\beta + \gamma$ jest równa

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $120°$ **D.** $135°$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 28°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 66°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 110°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 29°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 68°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 111°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 30°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 70°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 112°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 18/ 4 punkty

Imię: .....

1. Wpisany ma 31°. Ile ma środkowy na tym samym łuku?
Odpowiedź: .....

2. Środkowy ma 72°. Ile ma wpisany na tym łuku?
Odpowiedź: .....

3. Jaki kąt wpisany jest oparty na średnicy?
Odpowiedź: .....

4. Kąt czworokąta wpisanego ma 113°. Ile ma przeciwległy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 18. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt wpisany ma 28°.
Środkowy na tym samym łuku ma 14°.
Poprawa i uzasadnienie:

2. AB jest średnicą, C leży na okręgu poza A i B.
Kąt ACB ma 180°.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Kąt A czworokąta wpisanego ma 100°.
Przeciwległy C ma 100°.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 18. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Kąt wpisany ma 29°.
Środkowy na tym samym łuku ma $\frac{29}{2}°$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. AB jest średnicą, C leży na okręgu poza A i B.
Kąt ACB ma 180°.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Kąt A czworokąta wpisanego ma 101°.
Przeciwległy C ma 101°.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Na planie okrągłej areny kamera O widzi łuk AB pod kątem środkowym $56°$. Jaki kąt widzi obserwator C na przeciwległym łuku okręgu?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Dwa słupki A,B są końcami średnicy okrągłej ekspozycji. Trzeci słupek C stoi na jej obwodzie. Jaki kąt muszą tworzyć podpory CA i CB?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W płaskim modelu obserwacji trzy punkty A,B,C leżą na okręgu, a środkowy kąt AOB wynosi $56°$. C leży na większym łuku AB. Oblicz kąt ACB.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Obserwator na obwodzie okręgu widzi krótszy łuk pod kątem $28°$. Odtwórz miarę środkową tego łuku.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 18, s. 17. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Przekątna i ramię trapezu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Trapez równoramienny ma podstawy 18, 6 i wysokość 9. Oblicz ramię.

2 UTRWALENIE +

Trapez równoramienny ma podstawy 18, 6 i wysokość 9. Oblicz przekątną.

3 UTRWALENIE +

Trapez równoramienny ma podstawy 18, 6 i ramię $3\sqrt{13}$. Oblicz pole.

4 KROK DALEJ

Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 18, 6, a przekątna 15. Oblicz wysokość i ramię.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że w trapezie równoramiennym o podstawach a,b, ramieniu l i przekątnej d zachodzi $d^2 = l^2 + ab$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Trapez równoramienny ABCD ma AB równoległe do CD i $AB = 2CD$. Przekątna AC dzieli kąt DAB na połowy. Wykaż, że ten kąt ma $60°$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Przekątna i ramię trapezu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $P = (a+b)h/2$. W równoramiennym rzut ramienia to $(a-b)/2$, a przekątnej $(a+b)/2$; dalej Pitagoras.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Trapez równoramienny ma podstawy 18 i 6. Oblicz poziomy rzut każdego ramienia na dłuższą podstawę.

2 JEDEN KROK DALEJ

Trapez ma podstawy 18, 6 i wysokość 9. Oblicz pole.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 4 PKT

W trapezie równoramiennym $ABCD$ przekątna BD ma długość 39 i tworzy z dłuższą podstawą AB taki kąt ostry α, że $\cos\alpha = \frac{12}{13}$. Różnica długości podstaw AB i CD tego trapezu jest równa 40.
Oblicz długość ramienia AD tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 19, s. 18. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podstawy trapezu: 12, 6; wysokość: 3. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

2. W trapezie równoramiennym podstawy mają 18 i 6. Oblicz rzut ramienia.
Odpowiedź: .....

3. W tym samym trapezie oblicz rzut przekątnej.
Odpowiedź: .....

4. Wysokość to 9, rzut przekątnej 12. Oblicz przekątną.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podstawy trapezu: 16, 8; wysokość: 4. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

2. W trapezie równoramiennym podstawy mają 24 i 8. Oblicz rzut ramienia.
Odpowiedź: .....

3. W tym samym trapezie oblicz rzut przekątnej.
Odpowiedź: .....

4. Wysokość to 12, rzut przekątnej 16. Oblicz przekątną.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podstawy trapezu: 20, 10; wysokość: 5. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

2. W trapezie równoramiennym podstawy mają 30 i 10. Oblicz rzut ramienia.
Odpowiedź: .....

3. W tym samym trapezie oblicz rzut przekątnej.
Odpowiedź: .....

4. Wysokość to 15, rzut przekątnej 20. Oblicz przekątną.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 19/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podstawy trapezu: 24, 12; wysokość: 6. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

2. W trapezie równoramiennym podstawy mają 36 i 12. Oblicz rzut ramienia.
Odpowiedź: .....

3. W tym samym trapezie oblicz rzut przekątnej.
Odpowiedź: .....

4. Wysokość to 18, rzut przekątnej 24. Oblicz przekątną.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 19. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Podstawy równoramiennego trapezu: 18, 6.
Rzut ramienia wynosi 12.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Podstawy: 18, 6; wysokość 9.
$P = 216$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rzut przekątnej to 12, wysokość 9.
Przekątna ma długość 21.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 19. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Podstawy równoramiennego trapezu: 24, 8.
Rzut ramienia wynosi 16.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Podstawy: 24, 8; wysokość 12.
$P = 384$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Rzut przekątnej to 16, wysokość 12.
Przekątna ma długość 28.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Trapezowy ogród równoramienny ma podstawy 18, 6 m i szerokość 9 m. Oblicz powierzchnię.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Trapezową tablicę o podstawach 18, 6 dm i wysokości 9 dm trzeba wzmocnić przekątną. Ile dm listwy wymaga jedno wzmocnienie?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Przekrój umownego kanału ma kształt trapezu o podstawach 18, 6 cm i wysokości 9 cm. Oblicz pole przekroju.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Trapez ma podstawy 18, 6 m oraz pole 108 m². Odtwórz wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 19, s. 18. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Obwód trójkąta równoramiennego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma długość 20. Oblicz obwód w najprostszej postaci.

2 UTRWALENIE +

Obwód trójkąta prostokątnego równoramiennego wynosi $10(2+\sqrt{2})$. Wyznacz boki.

3 UTRWALENIE +

Pole trójkąta prostokątnego równoramiennego wynosi 50. Oblicz obwód.

4 KROK DALEJ

Przeciwprostokątna ma długość 25, a suma przyprostokątnych wynosi 35. Oblicz pole bez wyznaczania boków.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że suma przyprostokątnych trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej c nie przekracza $c\sqrt{2}$. Kiedy jest równość?

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Wyznacz wszystkie trójkąty prostokątne o obwodzie 60 i przeciwprostokątnej 25. Uzasadnij jednoznaczność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Obwód trójkąta równoramiennego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W trójkącie prostokątnym równoramiennym: $c = a\sqrt{2}$, obwód $a(2+\sqrt{2})$, pole $a^2/2$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Trójkąt prostokątny równoramienny ma przyprostokątną 5. Oblicz przeciwprostokątną.

2 JEDEN KROK DALEJ

Trójkąt prostokątny równoramienny ma przeciwprostokątną 10. Oblicz długość przyprostokątnej.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W prostokątnym trójkącie równoramiennym przeciwprostokątna ma długość 8.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Obwód tego trójkąta jest równy

A. $4(\sqrt{2}+2)$ **B.** $4(\sqrt{2}+4)$ **C.** $8(\sqrt{2}+1)$ **D.** $8(\sqrt{2}+2)$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 20, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przyprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma 5. Podaj przeciwprostokątną.
Odpowiedź: .....

2. Taki trójkąt ma przyprostokątną 10. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

3. Podaj miary kątów ostrych trójkąta prostokątnego równoramiennego.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $\sqrt{50}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przyprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma 6. Podaj przeciwprostokątną.
Odpowiedź: .....

2. Taki trójkąt ma przyprostokątną 12. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

3. Podaj miary kątów ostrych trójkąta prostokątnego równoramiennego.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $\sqrt{72}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przyprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma 7. Podaj przeciwprostokątną.
Odpowiedź: .....

2. Taki trójkąt ma przyprostokątną 14. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

3. Podaj miary kątów ostrych trójkąta prostokątnego równoramiennego.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $\sqrt{98}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 20/ 4 punkty

Imię: .....

1. Przyprostokątna trójkąta prostokątnego równoramiennego ma 8. Podaj przeciwprostokątną.
Odpowiedź: .....

2. Taki trójkąt ma przyprostokątną 16. Oblicz pole.
Odpowiedź: .....

3. Podaj miary kątów ostrych trójkąta prostokątnego równoramiennego.
Odpowiedź: .....

4. Uprość $\sqrt{128}$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 20. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Trójkąt prostokątny równoramienny ma przyprostokątne 5.

$c = 10$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Przeciwprostokątna takiego trójkąta ma długość 10.

$a = 5$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Przyprostokątne takiego trójkąta mają długość 5.

$P = 25$.

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 20. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Trójkąt prostokątny równoramienny ma przyprostokątne 6.

$c = 12$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Przeciwprostokątna takiego trójkąta ma długość 12.

$a = 6$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Przyprostokątne takiego trójkąta mają długość 6.

$P = 36$.

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Drabina długości 25 m stoi podstawą 15 m od pionowej ściany. Na jaką wysokość sięga?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Wspornik jest przekątną prostokątnej ramy o bokach 15 i 20 dm. Jaka jest łączna długość dwóch takich wsporników?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu doświadczenia ruch poziomy ma długość 15 cm, a prostopadły pionowy 20 cm. Oblicz odległość końca toru od początku.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Rama ma przekątną 25 dm i bok 15 dm. Odtwórz drugi bok oraz pole ramy.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 20, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Skala podobieństwa trójkątów

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

W trójkącie ABC punkty D na AB i E na AC spełniają DE równoległe do BC. Dane: $AD = 8, AB = 20, AE = 12$. Oblicz AC.

2 UTRWALENIE +

Obwody podobnych trójkątów wynoszą 48 i 72. Pole mniejszego to 128. Oblicz pole większego.

3 UTRWALENIE +

Ramiona kąta przecięto równoległymi BC i DE, z A-B-D oraz A-C-E. $AB = 12, BD = 8, BC = 24$. Oblicz DE.

4 KROK DALEJ

W trójkącie ABC odcinek DE równoległy do BC odcina przy A trójkąt o polu 144. Pole trapezu DBCE wynosi 256. Oblicz AD/AB.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

DE łączy środki boków AB i AC trójkąta ABC. Wykaż, że pole trapezu DBCE stanowi 3/4 pola ABC.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

D i E są środkami BC i AC. Środkowe AD i BE przecinają się w G. Wykaż $AG = 2GD$.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Skala podobieństwa trójkątów

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W podobieństwie długości i obwody zmieniają się w skali k, a pola w skali k^2. Równoległe przekroje tworzą podobne trójkąty.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Bok pierwszego trójkąta ma długość 12. Skala podobieństwa drugiego do pierwszego to 2. Oblicz odpowiadający bok.

2 JEDEN KROK DALEJ

Skala długości wynosi 3. Ile wynosi skala pól?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Trójkąt ABC o bokach długości $|AB| = 6$, $|AC| = 9$ i $|BC| = 12$ jest podobny do trójkąta KLM o obwodzie 36.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najkrótszy bok trójkąta KLM ma długość

A. 4 **B.** $4{,}5$ **C.** 8 **D.** $8{,}5$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 4 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 8 i 20 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 5 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 10 i 25 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 6 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 12 i 30 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 21/ 4 punkty

Imię: .....

1. Bok 7 powiększono w skali 3. Podaj długość obrazu.
Odpowiedź: .....

2. Skala pól to 16. Podaj dodatnią skalę długości.
Odpowiedź: .....

3. W podobnych trójkątach boki 14 i 35 odpowiadają sobie. Podaj skalę drugiego do pierwszego.
Odpowiedź: .....

4. Odcinek łączy środki dwóch boków trójkąta. Jaką częścią trzeciego boku jest jego długość?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 21. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.
Pole zmieniło się w skali 3.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok wzrósł z 8 do 16.
Skala wynosi $1/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. DE łączy środki AB i AC.
$P_{ADE} = P_{ABC}/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 21. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Długości figur zmieniły się w skali 3.
Pole zmieniło się w skali 3.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok wzrósł z 9 do 18.
Skala wynosi $1/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. DE łączy środki AB i AC.
$P_{ADE} = P_{ABC}/2$.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Plan wykonano w skali 1:100. Bok na planie ma 4 cm. Jaka jest rzeczywista długość w metrach?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Nowy szyld jest podobny do starego w skali 2. Stary zużywał 4 jednostek folii. Ile zużyje nowy przy tej samej ilości folii na jednostkę pola?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Na modelu preparatu podobny fragment ma bok 8 mm zamiast 4 mm. Ile razy większe jest pole jego obrazu?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Pole podobnej działki jest 9 razy większe. Krótszy bok pierwotnej działki miał 8 m. Odtwórz długość odpowiadającego boku większej działki.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 21, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Równanie prostej i tangens kąta

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wyznacz wzór prostej przechodzącej przez $(1, 8)$ i $(3, 14)$.

2 UTRWALENIE +

Prosta $y = -3x + 6$ przecina osie w A i B. Oblicz pole trójkąta OAB.

3 UTRWALENIE +

Kąt nachylenia prostej do dodatniej półosi Ox ma tangens -3. Prosta przechodzi przez $(2, 1)$. Wyznacz wzór.

4 KROK DALEJ

Punkt $P = (u, 3u + 5)$ leży na danej prostej. Znajdź u, dla którego OP^2 jest najmniejsze.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij, że punkty A=(0,p), B=(q,0), C=(q,p) dla dodatnich p,q tworzą trójkąt o polu pq/2.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Prosta $y = -3x + c$ przecina dodatnie półosie w A,B. Wyznacz wszystkie c, dla których pole OAB jest równe 6.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Równanie prostej i tangens kąta

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Nachylenie prostej: $a = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$. W równaniu $y = ax + b$ liczba b wskazuje przecięcie osi Oy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Podaj nachylenie $y = 3x + 1$.

2 JEDEN KROK DALEJ

$y = 3x + 1$. Oblicz y dla x=2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (0, -6)$, $B = (4, 2)$ oraz $C = (0, 4)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = -x + 6$ **B.** $y = -x - 6$ **C.** $y = 2x + 6$ **D.** $y = 2x - 6$

Zadanie 22.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego CAB jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 22.1–22.2, s. 21. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = 3x + 2$ oblicz $f(1)$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -3x + 2$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 7)$.
Odpowiedź: .....

4. Gdzie $y = 3x + 2$ przecina oś Oy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = 4x + 3$ oblicz $f(1)$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -4x + 3$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 9)$.
Odpowiedź: .....

4. Gdzie $y = 4x + 3$ przecina oś Oy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = 5x + 4$ oblicz $f(1)$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -5x + 4$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 11)$.
Odpowiedź: .....

4. Gdzie $y = 5x + 4$ przecina oś Oy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 22/ 4 punkty

Imię: .....

1. Dla $f(x) = 6x + 5$ oblicz $f(1)$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj współczynnik kierunkowy $y = -6x + 5$.
Odpowiedź: .....

3. Oblicz nachylenie prostej przez $(0, 1), (2, 13)$.
Odpowiedź: .....

4. Gdzie $y = 6x + 5$ przecina oś Oy?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 22. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyznaczono nachylenie przez $(0,1),(2,9)$.

$a=\frac{1}{4}$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dana jest prosta $y=4x-3$.

Przecięcie Oy: $(3,0)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $4x+3=0$.

$x=\frac{3}{4}$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 22. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Wyznaczono nachylenie przez $(0,1),(2,11)$.

$a=\frac{1}{5}$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dana jest prosta $y=5x-4$.

Przecięcie Oy: $(4,0)$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Rozwiązywano $5x+4=0$.

$x=\frac{4}{5}$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Taksówka w modelu pobiera 7 zł opłaty początkowej i 4 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Firma modeluje koszt $K(x) = 4x + 7$ zł i przychód $R(x) = 6x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 4t + 7$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 27 °C?

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 15$ oraz $f(5) = 27$. Wyznacz a i b.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 22.1–22.2, s. 21. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Środek i równanie okręgu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Odcinek A=(-10,-5), B=(20,35) jest średnicą. Wyznacz równanie okręgu.

2 UTRWALENIE +

Okrąg ma równanie $(x-5)^2+(y+5)^2=625$. Sprawdź, czy P=(20,-25) leży na okręgu.

3 UTRWALENIE +

Okrąg $(x-5)^2+(y+5)^2=625$ odbito względem osi Oy. Zapisz równanie obrazu.

4 KROK DALEJ

Okrąg ma środek (5,-5) i jest styczny do osi Ox. Wyznacz jego równanie i punkty przecięcia osi Oy.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że środki wszystkich okręgów przechodzących przez różne punkty A i B leżą na symetralnej AB.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

A=(-5,0), B=(5,0). Wyznacz zbiór wszystkich punktów P spełniających $PA^2+PB^2=100$ i uzasadnij jego kształt.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 23.1–23.2, s. 22. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Środek i równanie okręgu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. Środek średnicy: średnie współrzędnych. Symetria względem Oy zmienia znak x.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Okrąg ma środek (5,-5) i promień 25. Zapisz równanie.

2 JEDEN KROK DALEJ

Odcinek A=(-10,-5), B=(20,35) jest średnicą. Wyznacz środek okręgu.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (-8, -6)$. Odcinek AB, gdzie $A = (4, -15)$ i $B = (-20, y_B)$, jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Zadanie 23.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współrzędna y_B punktu B jest równa

A. 3 **B.** 8 **C.** -12 **D.** $-\frac{9}{2}$

Zadanie 23.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x+8)^2+(y+6)^2=225$

B. $(x+8)^2+(y+6)^2=441$

C. $(x-8)^2+(y-6)^2=225$

D. $(x-8)^2+(y-6)^2=441$

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-5)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=25$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 10. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (5,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-6)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=36$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 12. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (6,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-7)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=49$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 14. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (7,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 23/ 4 punkty

Imię: .....

1. Okrąg: $(x-8)^2+(y+2)^2=9$. Podaj środek.
Odpowiedź: .....

2. Okrąg: $x^2+y^2=64$. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

3. Średnica ma długość 16. Podaj promień.
Odpowiedź: .....

4. Odbij punkt (8,-2) względem Oy.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 23. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. S=(2,-3), promień 5.
$(x+2)^2+(y-3)^2=25$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. S=(0,0), promień 5.
$x^2+y^2=5$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. S=(2,-3), odbicie względem Oy.
Nowy środek to (2,3).
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 23. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. S=(2,-3), promień 6.
$(x+2)^2+(y-3)^2=36$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. S=(0,0), promień 6.
$x^2+y^2=6$.
Poprawa i uzasadnienie:

3. S=(2,-3), odbicie względem Oy.
Nowy środek to (2,3).
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Okrągła rabata ma środek (5,-5) i promień 25 m na planie. Zapisz równanie jej brzegu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Końcami średnicy okrągłej tablicy są (-10,-5) i (20,35) dm. Oblicz pole powierzchni do pokrycia folią.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Tor w płaskim modelu ma równanie $(x-5)^2+(y+5)^2=625$ w cm. Czy punkt (20,-25) leży na torze?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Brzeg okrągłego obszaru opisuje równanie $(x-5)^2+(y+5)^2=625$. Odtwórz środek i średnicę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 23.1–23.2, s. 22. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Warunek równoległości prostych

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Prosta l przechodzi przez $(2, 6)$ i jest równoległa do $y = 4x - 1$. Wyznacz l.

2 UTRWALENIE +

Dla jakiego m proste $(m - 1)x + 2y = 3$ i $4x + y = 1$ są równoległe?

3 UTRWALENIE +

Prosta k przez $(0, 6)$ jest równoległa do prostej przez $(1, 2)$ i $(3, 10)$. Wyznacz k.

4 KROK DALEJ

Wyznacz m, gdy proste $y = (m^2 - 16)x + 1$ oraz $y = 9x + 3$ są równoległe.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że dwie różne proste równoległe do jednej ustalonej prostej są równoległe do siebie. Rozważ także proste pionowe.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla jakich m proste $y = mx + m^2$ oraz $y = (2m - 4)x + 16$ nie mają dokładnie jednego punktu wspólnego? Rozstrzygnij: brak czy nieskończenie wiele.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Warunek równoległości prostych

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Proste $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$ są różne i równoległe, gdy $a_1 = a_2$ oraz $b_1 \neq b_2$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Podaj współczynnik prostej równoległej do $y = 4x + 2$.

2 JEDEN KROK DALEJ

Wyznacz prostą przez $(0, 6)$ równoległą do $y = 2x + 1$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami $k : y = (m - 3)x + (m + 4)$ i $l : y = -5x + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. -5 **B.** -3 **C.** -2 **D.** 1

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj współczynnik prostej $y = 4x - 2$.
Odpowiedź: .....

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 4x + 2$.
Podaj k.
Odpowiedź: .....

3. Czy $y = 4x + 1$ i $y = 4x + 3$ są równoległe?
Odpowiedź: .....

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 4x - 2$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj współczynnik prostej $y = 5x - 3$.
Odpowiedź: .....

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 5x + 2$.
Podaj k.
Odpowiedź: .....

3. Czy $y = 5x + 1$ i $y = 5x + 3$ są równoległe?
Odpowiedź: .....

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 5x - 3$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj współczynnik prostej $y = 6x - 4$.
Odpowiedź: .....

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 6x + 2$.
Podaj k.
Odpowiedź: .....

3. Czy $y = 6x + 1$ i $y = 6x + 3$ są równoległe?
Odpowiedź: .....

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 6x - 4$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 24/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj współczynnik prostej $y = 7x - 5$.
Odpowiedź: .....

2. Prosta $y = kx + 1$ jest równoległa do $y = 7x + 2$.
Podaj k.
Odpowiedź: .....

3. Czy $y = 7x + 1$ i $y = 7x + 3$ są równoległe?
Odpowiedź: .....

4. Podaj wyraz wolny prostej $y = 7x - 5$.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 24. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Proste $y = 5x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.
$k = -5$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Uczeń przekształca $5x + y = 3$.
$y = 5x + 3$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Porównano $y = 5x + 2$ i $y = 5x + 5$.
Proste pokrywają się.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 24. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Proste $y = 6x + 1$ i $y = kx + 3$ mają być równoległe.
$k = -6$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Uczeń przekształca $6x + y = 4$.
$y = 6x + 4$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Porównano $y = 6x + 2$ i $y = 6x + 5$.
Proste pokrywają się.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Taksówka w modelu pobiera 8 zł opłaty początkowej i 5 zł za kilometr. Zapisz koszt $K(x)$ oraz oblicz $K(4)$.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Firma modeluje koszt $K(x) = 5x + 8$ zł i przychód $R(x) = 7x$ zł. Wyznacz liczbę sztuk x, od której przychód przewyższa koszt.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W uproszczonym modelu temperatura próbki wynosi $T(t) = 5t + 8$ °C, gdzie t to minuty. Kiedy osiągnie 33 °C?

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Odtwórz model $f(x) = ax + b$ z raportu: $f(2) = 18$ oraz $f(5) = 33$. Wyznacz a i b.

Kontekst: Model funkcji / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 24, s. 23. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Objętość graniastosłupa sześciokątnego

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Graniastosłup prawidłowy sześciokątny ma bok podstawy 4 i wysokość 6. Oblicz pole podstawy oraz objętość.

2 UTRWALENIE +

Bok podstawy prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa to 4, a wysokość 6. Oblicz pole boczne i całkowite.

3 UTRWALENIE +

Objętość prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi $144\sqrt{3}$, a wysokość 6. Odtwórz bok podstawy.

4 KROK DALEJ

Obwód podstawy prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi 24, a pole boczne 144. Oblicz objętość.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż, że w prawidłowym sześciokątnym graniastosłupie najdłuższa przekątna ma długość $\sqrt{4a^2+h^2}$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Suma długości wszystkich krawędzi prawidłowego sześciokątnego graniastosłupa wynosi 144. Wyznacz wymiary dające największą objętość i ją uzasadnij.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 25, s. 23. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Objętość graniastosłupa sześciokątnego

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Sześciokąt foremny: $P_p = 3a^2\sqrt{3}/2$. Graniastosłup: $V = P_p h$, $P_b = 6ah$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Foremny sześciokąt ma bok 4. Na ile trójkątów równobocznych dzielą go promienie?

2 JEDEN KROK DALEJ

Graniastosłup ma pole podstawy 24 i wysokość 6. Oblicz objętość.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Każda z krawędzi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 3.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Objętość tego graniastosłupa jest równa

A. 27 **B.** 81 **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\frac{81\sqrt{3}}{2}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 25, s. 23. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Sześciokąt foremny ma bok 2. Podaj obwód.
Odpowiedź: .....

2. Bok sześciokąta to 4. Podaj jego pole.
Odpowiedź: .....

3. Pole podstawy 4, wysokość 6. Podaj objętość graniastosłupa.
Odpowiedź: .....

4. Obwód podstawy 12, wysokość 4. Oblicz pole boczne.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Sześciokąt foremny ma bok 3. Podaj obwód.
Odpowiedź: .....

2. Bok sześciokąta to 6. Podaj jego pole.
Odpowiedź: .....

3. Pole podstawy 6, wysokość 9. Podaj objętość graniastosłupa.
Odpowiedź: .....

4. Obwód podstawy 18, wysokość 6. Oblicz pole boczne.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Sześciokąt foremny ma bok 4. Podaj obwód.
Odpowiedź: .....

2. Bok sześciokąta to 8. Podaj jego pole.
Odpowiedź: .....

3. Pole podstawy 8, wysokość 12. Podaj objętość graniastosłupa.
Odpowiedź: .....

4. Obwód podstawy 24, wysokość 8. Oblicz pole boczne.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 25/ 4 punkty

Imię: .....

1. Sześciokąt foremny ma bok 5. Podaj obwód.
Odpowiedź: .....

2. Bok sześciokąta to 10. Podaj jego pole.
Odpowiedź: .....

3. Pole podstawy 10, wysokość 15. Podaj objętość graniastosłupa.
Odpowiedź: .....

4. Obwód podstawy 30, wysokość 10. Oblicz pole boczne.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 25. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Bok sześciokąta foremnego ma 4.
Pole podstawy to $4\sqrt{3}$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Pole podstawy 24, wysokość 6.
Objętość graniastosłupa wynosi 48.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 2, wysokość 4.
Pole boczne to 8.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 25. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Bok sześciokąta foremnego ma 6.
Pole podstawy to $9\sqrt{3}$.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Pole podstawy 54, wysokość 9.
Objętość graniastosłupa wynosi 162.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 3, wysokość 6.
Pole boczne to 18.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Prosty sześciokątny foremny słupek ma bok podstawy 4 cm i wysokość 6 cm. Oblicz objętość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Sześciokątny foremny pojemnik ma bok 4 dm i wysokość 6 dm. Ile dm^2 materiału potrzeba tylko na bok?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu kryształu przyjęto prawidłowy graniastosłup sześciokątny o boku 4 mm i wysokości 6 mm. Oblicz najdłuższą przekątną.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Sześciokątny foremny pojemnik ma objętość $144\sqrt{3}$ cm^3 i bok podstawy 4 cm. Odtwórz wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 25, s. 23. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Wysokość ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Bok podstawy prawidłowego ostrosłupa czworokątnego wynosi 30. Ściana boczna tworzy z podstawą kąt $30°$. Oblicz wysokość i objętość.

2 UTRWALENIE +

Bok podstawy wynosi 30, a krawędź boczna tworzy z podstawą kąt $45°$. Oblicz wysokość prawidłowego ostrosłupa czworokątnego.

3 UTRWALENIE +

Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma bok podstawy 30 i wysokość 20. Oblicz wysokość ściany bocznej i pole boczne.

4 KROK DALEJ

Bok podstawy prawidłowego ostrosłupa czworokątnego wynosi 30, a wysokość ściany bocznej 25. Oblicz jego objętość.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

W prawidłowym ostrosłupie czworokątnym krawędź boczna tworzy z podstawą kąt α, a ściana boczna kąt β. Wykaż $\tan\beta = \sqrt{2}\tan\alpha$.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Bok podstawy a i wysokość h prawidłowego ostrosłupa czworokątnego spełniają $a + h = 45$. Wyznacz największą objętość i uzasadnij bez pochodnych.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 26, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Wysokość ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Ostrosłup: $V = P_p h/3$. Kąt ściany mierzymy w przekroju przez środek boku; kąt krawędzi – przez wierzchołek podstawy.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Prawidłowy ostrosłup czworokątny ma bok podstawy 30. Oblicz pole podstawy.

2 JEDEN KROK DALEJ

Ostrosłup ma pole podstawy 900 i wysokość 20. Oblicz objętość.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. 6 **B.** $3\sqrt{6}$ **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 26, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 5. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 75, wysokość 5. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 10. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 6. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 108, wysokość 6. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 12. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 7. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 147, wysokość 7. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 14. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 26/ 4 punkty

Imię: .....

1. Kwadratowa podstawa ma bok 8. Podaj jej pole.
Odpowiedź: .....

2. Pole podstawy to 192, wysokość 8. Oblicz V.
Odpowiedź: .....

3. Bok podstawy ma 16. Jaki jest rzut wysokości ściany bocznej?
Odpowiedź: .....

4. Kąt ściany z podstawą to 45 stopni, rzut wysokości ściany ma 4. Oblicz h.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 26. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Pole podstawy 150, wysokość 5.

$V = 750$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok podstawy 30; kąt ściany z podstawą 30 stopni.

$h = 30 \tan 30°$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 30; wysokość bryły 20.

Wysokość ściany bocznej wynosi 20.

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 26. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Pole podstawy 216, wysokość 6.

$V = 1296$.

Poprawa i uzasadnienie:

2. Bok podstawy 36; kąt ściany z podstawą 30 stopni.

$h = 36 \tan 30°$.

Poprawa i uzasadnienie:

3. Bok podstawy 36; wysokość bryły 24.

Wysokość ściany bocznej wynosi 24.

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Dach ma kształt prawidłowego ostrosłupa czworokątnego o boku podstawy 30 m i wysokości 20 m. Oblicz objętość przestrzeni pod dachem.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Bok kwadratowej podstawy daszku to 30 dm, a wysokość ściany 25 dm. Ile dm^2 pokrycia potrzeba na cztery ściany?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W modelu próbki użyto ostrosłupa o polu podstawy 900 mm^2 i wysokości 20 mm. Oblicz objętość modelu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Piramidalne opakowanie ma kwadratowy bok podstawy 30 cm i objętość 6000 cm^3. Odtwórz wysokość.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 26, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Krawędzie i wierzchołki ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Ostrosłup ma o 4 krawędzi więcej niż wierzchołków. Ile boków ma podstawa i ile jest ścian?

2 UTRWALENIE +

Ostrosłup ma łącznie 16 krawędzi i wierzchołków. Wyznacz liczbę ścian.

3 UTRWALENIE +

Graniastosłup ma 15 krawędzi. Ile ma ścian i wierzchołków?

4 KROK DALEJ

Ostrosłup i graniastosłup mają podstawy o tej samej liczbie boków. Razem mają 25 krawędzi. Oblicz łączną liczbę ich wierzchołków.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla ostrosłupa o n-kątnej podstawie wykaż $V - E + F = 2$. Wyjaśnij, dlaczego sama ta równość nie pozwala odtworzyć n.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla jakich naturalnych W istnieją graniastosłup n-boczny i ostrosłup m-boczny mające tyle samo krawędzi i łącznie W wierzchołków? Podstawy mają co najmniej trzy boki. Uzasadnij pełną odpowiedź.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 27, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Krawędzie i wierzchołki ostrosłupa

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie V – wierzchołki, E – krawędzie, F – ściany. Ostrosłup n-boczny: $V = n + 1, E = 2n, F = n + 1$. Graniastosłup: $V = 2n, E = 3n, F = n + 2$.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Ostrosłup ma 5-kątną podstawę. Ile ma wierzchołków?

2 JEDEN KROK DALEJ

Ostrosłup ma 5-kątną podstawę. Ile ma krawędzi?

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

W pewnym ostrosłupie liczba wszystkich krawędzi jest o 9 większa od liczby wszystkich wierzchołków.
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Podstawą tego ostrosłupa jest
A. sześciokąt.
B. ośmiokąt.
C. dziewięciokąt.
D. dziesięciokąt.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 27, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 5-kątną. Ile ma ścian?
Odpowiedź: .....

2. Graniastosłup ma podstawę 5-kątną. Ile ma krawędzi?
Odpowiedź: .....

3. Ostrosłup ma 10 krawędzi. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

4. Graniastosłup ma 10 wierzchołków. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 6-kątną. Ile ma ścian?
Odpowiedź: .....

2. Graniastosłup ma podstawę 6-kątną. Ile ma krawędzi?
Odpowiedź: .....

3. Ostrosłup ma 12 krawędzi. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

4. Graniastosłup ma 12 wierzchołków. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 7-kątną. Ile ma ścian?
Odpowiedź: .....

2. Graniastosłup ma podstawę 7-kątną. Ile ma krawędzi?
Odpowiedź: .....

3. Ostrosłup ma 14 krawędzi. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

4. Graniastosłup ma 14 wierzchołków. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 27/ 4 punkty

Imię: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 8-kątną. Ile ma ścian?
Odpowiedź: .....

2. Graniastosłup ma podstawę 8-kątną. Ile ma krawędzi?
Odpowiedź: .....

3. Ostrosłup ma 16 krawędzi. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

4. Graniastosłup ma 16 wierzchołków. Ile boków ma podstawa?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 27. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 5-kątną.
Ma 5 wierzchołków.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Ostrosłup ma podstawę 5-kątną.
Ma 15 krawędzi.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Graniastosłup ma podstawę 5-kątną.
Ma 6 ścian.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 27. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Ostrosłup ma podstawę 6-kątną.
Ma 6 wierzchołków.
Poprawa i uzasadnienie:

2. Ostrosłup ma podstawę 6-kątną.
Ma 18 krawędzi.
Poprawa i uzasadnienie:

3. Graniastosłup ma podstawę 6-kątną.
Ma 7 ścian.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Szkielet namiotu w kształcie ostrosłupa ma podstawę 5-kątną. Policz pręty odpowiadające wszystkim krawędziom.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Producent okleja każdą ścianę graniastosłupa o 5-kątnej podstawie jedną etykietą. Ile etykiet wymaga jeden model?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Umowny model kryształu jest ostrosłupem o podstawie 5-kątnej. Ile wierzchołków trzeba zaznaczyć w modelu?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Szkielet ostrosłupa zawiera 10 prętów, po jednym na krawędź. Odtwórz liczbę boków podstawy i liczbę ścian.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 27, s. 24. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Prawdopodobieństwo sumy oczek

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma jest nie mniejsza niż 7.

2 UTRWALENIE +

Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma wynosi 7.

3 UTRWALENIE +

Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że wyniki są równe.

4 KROK DALEJ

Rzucamy 2 razy uczciwą sześcienną kostką. Oblicz P, że suma jest nie mniejsza niż 7 i wyniki są różne.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dla jakiego całkowitego progu t prawdopodobieństwo $P(\text{suma} \geq t)$ w 2 rzutach kostką wynosi 7/12?

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Bez wypisywania 36 wyników udowodnij, że w 2 rzutach kostką szansa podzielności sumy przez 3 jest równa szansie podzielności różnicy przez 3.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Prawdopodobieństwo sumy oczek

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Modelujemy wyniki jako uporządkowane pary. W 2 rzutach kostką wszystkie 36 par mają równe szanse; sumy nie.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Ile uporządkowanych wyników daje dwukrotny rzut 6-ścienną kostką?

2 JEDEN KROK DALEJ

Rzucamy 2 razy kostką. Oblicz P dwóch szóstek.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 1 PKT

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie większa od 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{36}$ **B.** $\frac{2}{36}$ **C.** $\frac{3}{36}$ **D.** $\frac{4}{36}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 28, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 1.
Odpowiedź: .....

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.
Odpowiedź: .....

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?
Odpowiedź: .....

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 2.
Odpowiedź: .....

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.
Odpowiedź: .....

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?
Odpowiedź: .....

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 3.
Odpowiedź: .....

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.
Odpowiedź: .....

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?
Odpowiedź: .....

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 28/ 4 punkty

Imię: .....

1. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku 4.
Odpowiedź: .....

2. Jeden rzut kostką. Oblicz P wyniku parzystego.
Odpowiedź: .....

3. Ile jest par wyników 2 rzutów 6-ścienną kostką?
Odpowiedź: .....

4. Dwa rzuty kostką. Oblicz P sumy 2.
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 28. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dwa rzuty uczciwą kostką.
$|\Omega| = 6 + 6 = 12$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczamy P sumy 7.
$P = 1/11$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczamy P sumy 12.
$P = 2/36$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 28. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. Dwa niezależne rzuty uczciwą kostką.
$|\Omega| = 6 \cdot 5 = 30$
Poprawa i uzasadnienie:

2. Obliczamy P sumy 11 w dwóch rzutach.
$P = 1/36$
Poprawa i uzasadnienie:

3. Obliczamy P różnych wyników w dwóch rzutach.
$P = 1/2$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

W grze pionek przesuwa się o sumę 2 rzutów kostką. Jaka jest szansa przesunięcia o 7?

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W modelowej promocji rabat przyznaje się po wyrzuceniu dwóch równych wyników na kostce. Oblicz P rabatu.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W symulacji terenowej 2 niezależne zdarzenia kodujemy wynikiem uczciwej kostki. Oblicz P, że oba kody są parzyste.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Nagrodę daje suma co najmniej t w 2 rzutach. P nagrody wynosi 1/36. Znajdź całkowity próg t.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 28, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Mediana, dominanta i prawdopodobieństwo

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Wyznacz medianę i dominantę danych $5, 7, 7, 9, 11$.

2 UTRWALENIE +

Liczbom 1,2,3,4 odpowiadają liczebności 2,3,4,1. Oblicz medianę i średnią.

3 UTRWALENIE +

Do danych $4, 6, 7, 9$ dodano 15. Oblicz medianę przed i po zmianie.

4 KROK DALEJ

Dane mają postać $5, 7, x, 9, 11$. Znajdź wszystkie rzeczywiste x, dla których mediana wynosi 7.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Dane $5, 7, x, 9, 11$ mają średnią 8. Znajdź x i medianę.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Pięć liczb całkowitych ma średnią i medianę 7, jedyną dominantę 7 oraz rozstęp 2. Wyznacz wszystkie zestawy i uzasadnij jednoznaczność.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Mediana, dominanta i prawdopodobieństwo

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw uporządkuj dane. Mediana: środkowa wartość lub średnia dwóch środkowych. Dominanta: wartość najczęstsza.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Uporządkuj $9, 6, 7$, a następnie podaj medianę.

2 JEDEN KROK DALEJ

Oblicz medianę danych $5, 7, 9, 11$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 3 PKT

Wśród 120 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie: „Ile godzin snu potrzebujesz, aby być wypoczętym?”. Każdy z ankietowanych zaznaczył dokładnie jedną odpowiedź. Wyniki ankiety przedstawiono w poniższej tabeli.

Deklarowana liczba godzin snu	4	5	6	7	8	9	10
Liczba osób, które zadeklarowały daną liczbę godzin snu	6	4	14	36	38	10	12

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa …
2. Dominanta deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa …
3. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jedna osoba wybrana losowo spośród ankietowanych zadeklarowała 10 godzin snu, jest równe …

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 29, s. 26. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $6, 7, 9$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $5, 7, 9, 11$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $7, 7, 8, 9$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $7, 8, 10$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $6, 8, 10, 12$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $8, 8, 9, 10$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $8, 9, 11$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $7, 9, 11, 13$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $9, 9, 10, 11$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 29/ 4 punkty

Imię: .....

1. Podaj medianę $9, 10, 12$.
Odpowiedź: .....

2. Podaj medianę $8, 10, 12, 14$.
Odpowiedź: .....

3. Podaj dominantę $10, 10, 11, 12$.
Odpowiedź: .....

4. Tabela ma liczebności 2,3,4. Ile jest obserwacji?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 29. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Dane w kolejności pomiaru: $11, 5, 7$.

$\text{Me} = 5$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dane uporządkowane: $5, 7, 9, 11$.

$\text{Me} = 7$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Dane: $7, 7, 8, 11$.

$\text{dominanta} = 11$

Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 29. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.

Imię i nazwisko: .....

1. Dane w kolejności pomiaru: $12, 6, 8$.

$\text{Me} = 6$

Poprawa i uzasadnienie:

2. Dane uporządkowane: $6, 8, 10, 12$.

$\text{Me} = 8$

Poprawa i uzasadnienie:

3. Dane: $8, 8, 9, 12$.

$\text{dominanta} = 12$

Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Czasy oczekiwania w minutach: $5, 7, 7, 9, 16$. Oblicz medianę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Przychody 4 stoisk wyniosły $700, 700, 900, 1500$zł. Oblicz medianę przychodów.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Długości 5 siewek w mm: $6, 7, 7, 10, 11$. Podaj medianę i dominantę.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Uporządkowane dane to $5, 7, x, 11$. Mediana wynosi 8. Wyznacz x.

Kontekst: Model matematyczny / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Optymalizacja pola bocznego walca

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dodatnie boki prostokąta wynoszą x i $8 - x$. Wyznacz największe pole.

2 UTRWALENIE +

Pole modeluje $P(x) = -2x^2 + 16x$ dla $0 < x < 8$. Wyznacz maksimum i jego argument.

3 UTRWALENIE +

Dla prostokąta o obwodzie 16 znajdź wszystkie długości boku x, dla których pole wynosi 15.

4 KROK DALEJ

$P(x) = -(x-4)^2 + 10$ rozpatrujemy tylko dla $x \in [0, 3]$. Wyznacz maksimum.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij bez pochodnych: jeśli x,y>0 i $x + y = 8$, to $xy \leq 16$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla dodatnich x,y,z o sumie 12 wykaż $xy + yz + zx \leq 48$ i podaj wszystkie trójki, dla których zachodzi równość.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Optymalizacja pola bocznego walca

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw ustal dziedzinę modelu. Dla paraboli skierowanej w dół kandydatem maksimum jest wierzchołek; musi należeć do dziedziny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Boki to x i $8 - x$. Zapisz pole P(x).

2 JEDEN KROK DALEJ

Podaj argument maksimum $P(x) = -(x-4)^2 + 5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 4 PKT

Rozważamy wszystkie walce, w których suma średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równa 10. Niech $P(r)$ oznacza pole powierzchni bocznej takiego walca w zależności od promienia r podstawy walca. **Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P zmiennej r. Oblicz promień r podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Zapisz obliczenia.**

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 30, s. 27. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 4x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(2)$ dla $P(x) = x(4 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $4 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -2x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 6x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(3)$ dla $P(x) = x(6 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $6 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -3x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 8x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(4)$ dla $P(x) = x(8 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $8 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -4x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 10x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(5)$ dla $P(x) = x(10 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $10 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -5x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(4 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 4]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(6 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 6]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 18$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Ogród ma boki x oraz $12 - x$ metrów. Wyznacz x, dla którego pole jest największe.

Kontekst: Pole i funkcja kwadratowa / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny model zysku to $Z(x) = -(x - 6)^2 + 36$ zł. Podaj największy zysk i wielkość x.

Kontekst: Maksimum modelu zysku / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu ruch opisuje model $h(t) = t(12 - t)$ cm dla $0 \leq t \leq 12$. Oblicz czas i wysokość maksimum.

Kontekst: Model ruchu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Wierzchołek modelu $f(x) = a(x - 6)^2$ jest znany, a $f(8) = 12$. Odtwórz a i podaj wzór.

Kontekst: Odtwarzanie paraboli / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 30, s. 27. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).