Klucz i wskazówki dla nauczyciela

Nierówność liniowa i liczby całkowite

Karty są odrębnymi propozycjami pracy. Poziomy konkursowe oznaczają autorską ocenę trudności, nie cytaty z konkretnego konkursu.

Zadanie źródłowe / rozwiązanie

Mnożymy obie strony przez dodatni mianownik 5, więc znak nierówności się nie zmienia: $7 + 2x \geq \frac{4}{3}$. Odejmujemy 7 i dzielimy przez dodatnią liczbę 2: $x \geq -\frac{17}{6}$. Najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza od tej granicy to -2. Wstawienie tej liczby potwierdza nierówność, a poprzednia liczba całkowita jej nie spełnia. Odpowiedź: C.

Odpowiedź: C

1 / Od schematu do wyzwania

1. Rozwiąż $\frac{x-2}{2} \geq 1$.

Odpowiedź: $x \geq 4$

Mnożymy przez dodatnie 2 i dodajemy 2: $x - 2 \geq 2$.

2. Rozwiąż $-3(x + 2) < 6$.

Odpowiedź: $x > -4$

Dzielimy przez -3 i zmieniamy znak: $x + 2 > -2$.

3. Znajdź największą całkowitą liczbę x spełniającą $2x - 1 \leq 6$.

Odpowiedź: 3

$x \leq \frac{7}{2}$. Największa dopuszczalna liczba całkowita to 3.

4. Wyznacz wszystkie całkowite x spełniające $2 \leq 2x + 1 < 5$.

Odpowiedź: $\{1\}$

Odejmujemy 1 i dzielimy przez 2: $\frac{1}{2} \leq x < 2$. Wybieramy liczby całkowite z tego przedziału.

5. Wyznacz wszystkie rzeczywiste m, dla których $(m - 2)x + m \geq 0$ dla każdego $x \in [0, 2]$.

Odpowiedź: $m \geq \frac{4}{3}$

Funkcja liniowa osiąga najmniejszą wartość na końcu przedziału. Wystarczy i trzeba mieć $m \geq 0$ oraz $(3)m - 4 \geq 0$. Drugi warunek jest silniejszy, więc daje odpowiedź.

6. Wyznacz wszystkie całkowite m, dla których nierówność $|2x - m| < 2$ ma dokładnie 2 całkowitych rozwiązań x.

Odpowiedź: $m - 2$ nieparzyste

Nierówność jest równoważna $(m - 2)/2 < x < (m + 2)/2$. Ten otwarty przedział ma długość 2. Jeśli końce są całkowite, zawiera 1 liczb całkowitych. Jeśli są połówkami liczb nieparzystych, zawiera 2 liczb całkowitych. Drugi przypadek zachodzi dokładnie wtedy, gdy m i 2 mają różne parzystości.

2 / Małe kroki

1. Rozwiąż $x + 2 > 4$.

Odpowiedź: $x > 2$

Odejmujemy tę samą liczbę od obu stron.

2. Rozwiąż $-x < 2$.

Odpowiedź: $x > -2$

Dzieląc przez -1, odwracamy znak nierówności.

Zadanie 3 jest oryginałem CKE; odpowiedź i rozwiązanie znajdują się na początku klucza.

3 / Rozgrzewka / 4 grupy

Każdy numer: 1 punkt; przy kilku odpowiedziach punkt za komplet poprawnych odpowiedzi. Czas: 5 minut.

Grupa A

1. Rozwiąż $x + 2 > 4$.

Odpowiedź: $x > 2$

Odejmujemy stałą.

2. Rozwiąż $2x \leq 4$.

Odpowiedź: $x \leq 2$

Dzielimy przez dodatnie 2.

3. Rozwiąż $-x \geq 2$.

Odpowiedź: $x \leq -2$

Po dzieleniu przez -1 odwracamy znak.

4. Czy $x = 2$ spełnia $x < 2$?

Odpowiedź: nie

Nierówność jest ostra, a równość nie jest dopuszczona.

Grupa B

1. Rozwiąż $x + 3 > 6$.

Odpowiedź: $x > 3$

Odejmujemy stałą.

2. Rozwiąż $2x \leq 6$.

Odpowiedź: $x \leq 3$

Dzielimy przez dodatnie 2.

3. Rozwiąż $-x \geq 3$.

Odpowiedź: $x \leq -3$

Po dzieleniu przez -1 odwracamy znak.

4. Czy $x = 3$ spełnia $x < 3$?

Odpowiedź: nie

Nierówność jest ostra, a równość nie jest dopuszczona.

Grupa C

1. Rozwiąż $x + 4 > 8$.

Odpowiedź: $x > 4$

Odejmujemy stałą.

2. Rozwiąż $2x \leq 8$.

Odpowiedź: $x \leq 4$

Dzielimy przez dodatnie 2.

3. Rozwiąż $-x \geq 4$.

Odpowiedź: $x \leq -4$

Po dzieleniu przez -1 odwracamy znak.

4. Czy $x = 4$ spełnia $x < 4$?

Odpowiedź: nie

Nierówność jest ostra, a równość nie jest dopuszczona.

Grupa D

1. Rozwiąż $x + 5 > 10$.

Odpowiedź: $x > 5$

Odejmujemy stałą.

2. Rozwiąż $2x \leq 10$.

Odpowiedź: $x \leq 5$

Dzielimy przez dodatnie 2.

3. Rozwiąż $-x \geq 5$.

Odpowiedź: $x \leq -5$

Po dzieleniu przez -1 odwracamy znak.

4. Czy $x = 5$ spełnia $x < 5$?

Odpowiedź: nie

Nierówność jest ostra, a równość nie jest dopuszczona.

4 / Znajdź błąd / 2 grupy

Po 1 punkcie za wskazanie błędu i 1 za poprawę z uzasadnieniem: 6 punktów na grupę.

Grupa A

1. Rozwiązywano $-2x < 4$.

Odpowiedź: $x > -2$

Dzielenie przez liczbę ujemną odwraca znak nierówności.

2. Zapisano przedział dla $x \leq 2$.

Odpowiedź: $(-\infty, 2]$

Przy nierówności nieostrej wartość graniczna należy do zbioru.

3. Rozwiązywano $2(x + 2) \leq 8$.

Odpowiedź: $x \leq 2$

Po podzieleniu przez 2 nadal trzeba odjąć 2.

Grupa B

1. Rozwiązywano $-2x < 6$.

Odpowiedź: $x > -3$

Dzielenie przez liczbę ujemną odwraca znak nierówności.

2. Zapisano przedział dla $x \leq 3$.

Odpowiedź: $(-\infty, 3]$

Przy nierówności nieostrej wartość graniczna należy do zbioru.

3. Rozwiązywano $2(x + 3) \leq 12$.

Odpowiedź: $x \leq 3$

Po podzieleniu przez 2 nadal trzeba odjąć 3.

5 / Matematyka w świecie

1. Przesyłka z n przedmiotami waży $3n + 5$ kg. Limit to 26 kg. Ile całych przedmiotów najwyżej wolno wysłać?

Odpowiedź: 7

$3n + 5 \leq 26$ daje $n \leq 7$.

2. Wyjście kosztuje 10 zł opłaty stałej i 4 zł za osobę. Budżet to 30 zł. Ile osób najwyżej można zgłosić?

Odpowiedź: 5

$10 + 4n \leq 30$, więc $n \leq 5$.

3. Model temperatury ma postać $T(t) = 2t - 2$ dla t≥0. Wyznacz chwile, w których temperatura jest dodatnia.

Odpowiedź: $t > 1$

Rozwiązujemy $2t - 2 > 0$. Otrzymana granica jest dodatnia, więc nie trzeba zmieniać wyniku przez warunek t≥0.

4. Zadanie odwrócone: koszt $3n + 5$ zł pozwala kupić najwyżej 2 sztuk. Jakie całkowite budżety B są możliwe?

Odpowiedź: $11 \leq B \leq 13$

Musi wystarczyć na 2 sztuk, ale nie na 3: $11 \leq B < 14$. Dla całkowitych B górna granica to 13.