Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Wzór i monotoniczność ciągu

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_4.

2 UTRWALENIE +

$a_n = (3+1)2^{n-1} - 1$. Oblicz a_1 i a_3.

3 UTRWALENIE +

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Pokaż, że $b_n = a_n + 1$ jest ciągiem geometrycznym.

4 KROK DALEJ

$a_n = (3+1)2^{n-1} - 1$. Wyznacz n, jeśli $a_n = 31$.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Wykaż bez wypisywania wszystkich wyrazów, że ciąg $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$ jest rosnący i od drugiego wyrazu ma tylko liczby nieparzyste.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

$a_1 = t$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$, gdzie t jest dodatnią liczbą całkowitą. Wyznacz wszystkie pary (t,n), dla których $a_n = 2^6 - 1$.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Wzór i monotoniczność ciągu

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie W rekurencji obliczaj kolejne wyrazy w podanej kolejności. We wzorze ogólnym podstaw właściwy indeks: pierwszy wyraz ma n=1.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

$a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 3$. Oblicz a_2.

2 JEDEN KROK DALEJ

$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1$. Oblicz a_2.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 2 PKT

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 32 \cdot (\frac{1}{2})^{n-5}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 8 **B.** 64 **C.** 128 **D.** 256

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg (a_n) jest

A. arytmetyczny i rosnący.

B. arytmetyczny i malejący.

C. geometryczny i rosnący.

D. geometryczny i malejący.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 3$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 4$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 5$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 5, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 14/ 4 punkty

Imię: .....

1. $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n + 2$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

2. $a_n = 2n + 6$. Oblicz a_1.
Odpowiedź: .....

3. $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$. Oblicz a_2.
Odpowiedź: .....

4. $a_1 = 6, a_{n+1} = 2a_n$. Czy ciąg rośnie?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1.$
$a_2 = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$
$a_1 = 6$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2.$
$a_n = 3 + 2n$
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 14. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $a_1 = 4, a_{n+1} = 2a_n + 1.$
$a_2 = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $a_n = 4 \cdot 2^{n-1}.$
$a_1 = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 2.$
$a_n = 4 + 2n$
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Licznik automatu zaczyna od 3. Każdy etap podwaja stan i dodaje 1. Podaj stan po dwóch etapach.

Kontekst: Przekształcenie rekurencji / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

W symulacji saldo początkowe to 3 zł. Co etap podwaja się je i dopłaca 1 zł. Oblicz saldo po trzech etapach.

Kontekst: Rekurencyjny model salda / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

Umowny model liczebności to $u_1 = 3$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Ile wynosi u_4?

Kontekst: Model kolejnych etapów / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Reguła pomiaru brzmi $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Raport podaje $u_2 = 7$. Odtwórz u_1 i u_3.

Kontekst: Odtwarzanie wyrazów / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 14.1–14.2, s. 14. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).