Od schematu do wyzwania

Sześć zadań / Optymalizacja pola bocznego walca

Imię i nazwisko: .....

1 UTRWALENIE +

Dodatnie boki prostokąta wynoszą x i $8 - x$. Wyznacz największe pole.

2 UTRWALENIE +

Pole modeluje $P(x) = -2x^2 + 16x$ dla $0 < x < 8$. Wyznacz maksimum i jego argument.

3 UTRWALENIE +

Dla prostokąta o obwodzie 16 znajdź wszystkie długości boku x, dla których pole wynosi 15.

4 KROK DALEJ

$P(x) = -(x-4)^2 + 10$ rozpatrujemy tylko dla $x \in [0, 3]$. Wyznacz maksimum.

5 POZIOM KONKURSOWY / PRZYGOTOWANIE

Udowodnij bez pochodnych: jeśli x,y>0 i $x + y = 8$, to $xy \leq 16$. Ustal równość.

6 ZADANIE KONKURSOWE / PEŁNE WYZWANIE

Dla dodatnich x,y,z o sumie 12 wykaż $xy + yz + zx \leq 48$ i podaj wszystkie trójki, dla których zachodzi równość.

Małe kroki

Dwa łatwiejsze zadania, potem oryginał CKE / Optymalizacja pola bocznego walca

Imię i nazwisko: .....

Przypomnij sobie Najpierw ustal dziedzinę modelu. Dla paraboli skierowanej w dół kandydatem maksimum jest wierzchołek; musi należeć do dziedziny.

1 ZACZNIJ OD PODSTAW

Boki to x i $8 - x$. Zapisz pole P(x).

2 JEDEN KROK DALEJ

Podaj argument maksimum $P(x) = -(x-4)^2 + 5$.

3 ORYGINALNE ZADANIE CKE / 4 PKT

Rozważamy wszystkie walce, w których suma średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równa 10. Niech $P(r)$ oznacza pole powierzchni bocznej takiego walca w zależności od promienia r podstawy walca. **Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P zmiennej r. Oblicz promień r podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Zapisz obliczenia.**

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 30, s. 27. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

Rozgrzewka A

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 4x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(2)$ dla $P(x) = x(4 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $4 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -2x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka B

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 6x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(3)$ dla $P(x) = x(6 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $6 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -3x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka C

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 8x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(4)$ dla $P(x) = x(8 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $8 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -4x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Rozgrzewka D

5 minut / zadanie 30/ 4 punkty

Imię: .....

1. $P(x) = -x^2 + 10x$. Podaj argument maksimum.
Odpowiedź: .....

2. Oblicz $P(5)$ dla $P(x) = x(10 - x)$.
Odpowiedź: .....

3. Dodatnie boki prostokąta to x i $10 - x$. Podaj dziedzinę x.
Odpowiedź: .....

4. Czy parabola $y = -5x^2 + 1$ ma maksimum czy minimum?
Odpowiedź: .....

Wynik: ...../ 4 pkt

Znajdź błąd

Grupa A

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(4 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 4]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 8$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 4x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Znajdź błąd

Grupa B

Zadanie 30. Zaznacz błąd, popraw go i krótko uzasadnij.
Imię i nazwisko: .....

1. $P(x) = x(6 - x)$ dla dodatnich boków.
$D = [0, 6]$
Poprawa i uzasadnienie:

2. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń podaje maksimum.
$\max P = 18$
Poprawa i uzasadnienie:

3. $P(x) = -x^2 + 6x$. Uczeń opisuje ramiona.
Ramiona są skierowane w górę.
Poprawa i uzasadnienie:

Matematyka w świecie

Codzienność, ekonomia, przyroda i zadanie odwrócone

Imię i nazwisko: .....

1 ŚWIAT CODZIENNY

Ogród ma boki x oraz $12 - x$ metrów. Wyznacz x, dla którego pole jest największe.

Kontekst: Pole i funkcja kwadratowa / OpenStax (EN)

2 EKONOMIA / DECYZJE I OBLICZENIA

Umowny model zysku to $Z(x) = -(x - 6)^2 + 36$ zł. Podaj największy zysk i wielkość x.

Kontekst: Maksimum modelu zysku / OpenStax (EN)

3 NAUKI PRZYRODNICZE / MODEL

W doświadczeniu ruch opisuje model $h(t) = t(12 - t)$ cm dla $0 \leq t \leq 12$. Oblicz czas i wysokość maksimum.

Kontekst: Model ruchu / OpenStax (EN)

4 ZADANIE ODWRÓCONE / ODTWÓRZ DANE

Wierzchołek modelu $f(x) = a(x - 6)^2$ jest znany, a $f(8) = 12$. Odtwórz a i podaj wzór.

Kontekst: Odtwarzanie paraboli / OpenStax (EN)

Zadania autorskie; dane sytuacyjne są umowne. Odnośniki rozwijają kontekst.

Podstawa ćwiczeń autorskich: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026. Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 30, s. 27. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).