MATURA / POZIOM PODSTAWOWY

Od zadania do rozwiązania

Matematyka / Formuła 2023

24 sierpnia 2026 r. · termin poprawkowy

30 modułów · 90 zadań

EKONOMIK

Matematyka z Ekonomikiem

Marek Kowalski

Jak pracować z podręcznikiem?

Każdy moduł zaczyna się od zadania CKE z pełnym rozwiązaniem. Na drugiej stronie rozwiąż podobne zadanie, uzupełniając kolejne kroki własnymi obliczeniami. Na koniec wykonaj kolejne zadanie samodzielnie.

Arkusze grup A i B oraz karty odpowiedzi są materiałami do osobnego treningu na czas.

Źródło zadań głównych: CKE, 24 sierpnia 2026 r., MMAP-P0-100-2608.

Spis treści

01 Pierwiastki nieparzystego stopnia . . . 2
02 Potęgi o ujemnych i ułamkowych wykładnikach . . . 4
03 Działania na logarytmach . . . 6
04 Różnica kwadratów . . . 8
05 Dowód podzielności . . . 10
06 Nierówność liniowa i liczby całkowite . . . 12
07 Równanie zapisane w postaci iloczynu . . . 14
08 Dzielenie wyrażeń wymiernych . . . 16
09 Nierówność kwadratowa . . . 18
10 Model zakupów i układ równań . . . 20
11 Odczytywanie własności funkcji z wykresu . . . 22
12 Parametr w funkcji liniowej . . . 24
13 Własności i postacie funkcji kwadratowej . . . 26
14 Wzór i monotoniczność ciągu . . . 28
15 Wyznaczanie ciągu arytmetycznego . . . 30
16 Iloraz ciągu geometrycznego . . . 32
17 Tożsamość trygonometryczna . . . 34
18 Kąty wpisane w okrąg . . . 36
19 Przekątna i ramię trapezu . . . 38
20 Obwód trójkąta równoramiennego . . . 40
21 Skala podobieństwa trójkątów . . . 42
22 Równanie prostej i tangens kąta . . . 44
23 Środek i równanie okręgu . . . 46
24 Warunek równoległości prostych . . . 48
25 Objętość graniastosłupa sześciokątnego . . . 50
26 Wysokość ostrosłupa . . . 52
27 Krawędzie i wierzchołki ostrosłupa . . . 54
28 Prawdopodobieństwo sumy oczek . . . 56
29 Mediana, dominanta i prawdopodobieństwo . . . 58
30 Optymalizacja pola bocznego walca . . . 60

MODUŁ 01

Pierwiastki nieparzystego stopnia

1 / Oryginalne zadanie 1 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-27}+\sqrt[5]{-1}$ jest równa

A. -4 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 4

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych są ujemne.

Sprawdzamy przez potęgowanie: $(-3)^3=-27$ i $(-1)^5=-1$.

Zatem $\sqrt[3]{-27}+\sqrt[5]{-1}=-3+(-1)=-4$.

Odpowiedź: A.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-125}+\sqrt[5]{-1}$ jest równa

A. 6 **B.** -6 **C.** -4 **D.** 4

Kroki do wykonania

1. Określ znak każdego pierwiastka.

2. Znajdź liczbę, która po podniesieniu do trzeciej potęgi daje liczbę pod pierwszym pierwiastkiem.

3. Znajdź liczbę, która po podniesieniu do piątej potęgi daje liczbę pod drugim pierwiastkiem.

4. Dodaj otrzymane liczby i wybierz odpowiedź.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-27}+\sqrt[5]{-32}$ jest równa

A. -5 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 5

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 02

Potęgi o ujemnych i ułamkowych wykładnikach

1 / Oryginalne zadanie 2 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{3^{-1}\cdot 4^{0,5}}{3^{-2}\cdot 2^{-1}}$ jest równa

A. $\frac{1}{12}$ **B.** 12 **C.** $\frac{1}{18}$ **D.** 18

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wykładnik $0{,}5$ oznacza pierwiastek kwadratowy, więc $4^{0,5}=2$.

Potęgi o ujemnych wykładnikach zapisujemy jako odwrotności: $3^{-1}=\frac{1}{3},\ 3^{-2}=\frac{1}{9},\ 2^{-1}=\frac{1}{2}$.

Dzielimy ułamki, mnożąc przez odwrotność mianownika: $\frac{2/3}{1/18}=\frac{2}{3}\cdot 18=12$.

Odpowiedź: B.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{3^{-1}\cdot 16^{0,5}}{3^{-2}\cdot 2^{-1}}$ jest równa

A. 26 **B.** $\frac{1}{24}$ **C.** 22 **D.** 24

Kroki do wykonania

1. Zapisz dodatnią potęgę o wykładniku dziesiętnym jako pierwiastek.

2. Zastąp potęgi o ujemnych wykładnikach odwrotnościami.

3. Oblicz osobno licznik i mianownik.

4. Podziel otrzymane wartości i wybierz odpowiedź.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{2^{-1}\cdot 25^{0,5}}{2^{-3}\cdot 2^{-1}}$ jest równa

A. 40 **B.** 42 **C.** $\frac{1}{40}$ **D.** 38

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 03

Działania na logarytmach

1 / Oryginalne zadanie 3 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_8 4 + \log_8 32 - \log_8 2$ jest równa

A. $\log_8 34$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** 8

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Dodawanie logarytmów zastępujemy logarytmem iloczynu, a odejmowanie – logarytmem ilorazu: $\log_8 4+\log_8 32-\log_8 2 = \log_8 \frac{4\cdot 32}{2} = \log_8 64$.

Zapisujemy podstawę logarytmu i liczbę pod jego znakiem jako potęgi liczby 2.

Ponieważ $(8)^2 = 64$, szukany logarytm jest równy 2.

Odpowiedź: B.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_8 16 + \log_8 8 - \log_8 2$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 9

Kroki do wykonania

1. Skorzystaj ze wzoru: suma logarytmów o tej samej podstawie jest logarytmem iloczynu liczb.

2. Zapisz różnicę logarytmów jako logarytm ilorazu liczb.

3. Uprość liczbę pod znakiem logarytmu.

4. Ustal, do jakiej potęgi trzeba podnieść podstawę logarytmu, aby otrzymać tę liczbę.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_4 4 + \log_4 32 - \log_4 2$ jest równa

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 5

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 04

Różnica kwadratów

1 / Oryginalne zadanie 4 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\pi+1)^2-(\pi-1)^2$ jest równa

A. 0 **B.** 2 **C.** 4π **D.** $4\pi+2$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Stosujemy różnicę kwadratów $U^2-V^2=(U-V)(U+V)$.

Pierwszy nawias upraszcza się do 2, a drugi do 2π.

Otrzymujemy $(\pi+1)^2-(\pi-1)^2=2\cdot 2\pi=4\pi$.

Można też rozwinąć oba kwadraty i zredukować wyrazy podobne.

Odpowiedź: C.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\pi+4)^2-(\pi-4)^2$ jest równa

A. 0 **B.** 8 **C.** 16π **D.** $16\pi+32$

Kroki do wykonania

1. Oznacz wyrażenia w nawiasach przez dwie zmienne.

2. Zastosuj wzór na różnicę kwadratów.

3. Oblicz różnicę i sumę wyrażeń w nawiasach.

4. Wymnóż i uprość otrzymany iloczyn.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(\pi+5)^2-(\pi-5)^2$ jest równa

A. 0 **B.** 10 **C.** 20π **D.** $20\pi+50$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 05

Dowód podzielności

1 / Oryginalne zadanie 5 · 0–2 pkt

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $3n^2 + 6n + 15$ jest podzielna przez 12.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Zapisujemy $n = 2t + 1$, gdzie t jest liczbą całkowitą.

Po podstawieniu i rozwinięciu mamy $3(2t + 1)^2 + 6(2t + 1) + 15 = 12t^2 + 24t + 24$.

Wyłączamy wspólny czynnik: $12t^2 + 24t + 24 = 12(t^2 + 2t + 2)$.

Wyrażenie w nawiasie jest całkowite, co dowodzi podzielności przez 12.

Odpowiedź: Dowód podzielności przez 12

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $4n^2 + 8n + 20$ jest podzielna przez 16.

Kroki do wykonania

1. Zapisz ogólną postać nieparzystej liczby całkowitej.

2. Podstaw ją do zadanego trójmianu.

3. Rozwiń nawiasy i uporządkuj wyrażenie.

4. Wyłącz wskazany dzielnik i uzasadnij całkowitość pozostałego czynnika.

3 / Spróbuj samodzielnie

Wykaż, że dla każdej nieparzystej liczby całkowitej n liczba $6n^2 + 12n + 30$ jest podzielna przez 24.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 06

Nierówność liniowa i liczby całkowite

1 / Oryginalne zadanie 6 · 0–1 pkt

Dana jest nierówność $\frac{7+2x}{5} \geq \frac{4}{15}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. -4 **B.** -3 **C.** -2 **D.** -1

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Mnożymy obie strony przez dodatni mianownik 5, więc znak nierówności się nie zmienia: $7 + 2x \geq \frac{4}{3}$.

Odejmujemy 7 i dzielimy przez dodatnią liczbę 2: $x \geq -\frac{17}{6}$.

Najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza od tej granicy to -2.

Wstawienie tej liczby potwierdza nierówność, a poprzednia liczba całkowita jej nie spełnia.

Odpowiedź: C.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dana jest nierówność $\frac{11+3x}{5} \geq \frac{1}{10}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. -4 **B.** -3 **C.** -2 **D.** -1

Kroki do wykonania

1. Usuń mianowniki, kontrolując znak nierówności.

2. Zbierz składniki z niewiadomą po jednej stronie.

3. Wyznacz granicę zbioru rozwiązań.

4. Wskaż pierwszą liczbę całkowitą w tym zbiorze.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dana jest nierówność $\frac{10+2x}{3} \geq \frac{1}{6}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. -5 **B.** -4 **C.** -3 **D.** -2

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 07

Równanie zapisane w postaci iloczynu

1 / Oryginalne zadanie 7 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma wszystkich rozwiązań równania $(x^2-4)(x^2-9)=0$ jest równa

A. -13 **B.** 0 **C.** 5 **D.** 13

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Iloczyn jest równy zeru, gdy przynajmniej jeden z czynników jest zerem.

Rozwiązujemy $x^2=4$ lub $x^2=9$.

Dostajemy cztery różne rozwiązania: $-2,\ 2,\ -3,\ 3$.

Dodajemy wszystkie, uwzględniając również ujemne: $-2+2-3+3=0$.

Odpowiedź: B.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma wszystkich rozwiązań równania $(x^2-16)(x^2-25)=0$ jest równa

A. -41 **B.** 0 **C.** 9 **D.** 41

Kroki do wykonania

1. Zapisz warunek, przy którym iloczyn jest zerem.

2. Rozwiąż pierwsze równanie z kwadratem.

3. Rozwiąż drugie równanie z kwadratem.

4. Zbierz wszystkie różne rozwiązania i oblicz ich sumę.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma wszystkich rozwiązań równania $(x^2-9)(x^2-36)=0$ jest równa

A. -45 **B.** 0 **C.** 9 **D.** 45

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 08

Dzielenie wyrażeń wymiernych

1 / Oryginalne zadanie 8 · 0–1 pkt

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-2), 0 oraz 2 wartość wyrażenia $\frac{4}{x^2+2x} : \frac{5x}{4-x^2}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{8-4x}{5x^2}$

B. $\frac{4x-8}{5x^2}$

C. $\frac{20}{(x+2)^2 \cdot (x-2)}$

D. $\frac{20}{(x+2)^2 \cdot (2-x)}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Zamieniamy dzielenie na mnożenie przez odwrotność: $\frac{4}{x(x+2)} \cdot \frac{4-x^2}{5x}$.

Licznik drugiego ułamka rozkładamy na czynniki: $4 - x^2 = (2 - x)(2 + x)$.

Możemy skrócić czynnik $x + 2$, ponieważ dla liczb x dopuszczonych w treści ten czynnik jest różny od zera.

Pozostaje $\frac{4(2-x)}{5x^2} = \frac{8-4x}{5x^2}$.

Nadal pomijamy wszystkie wartości x wykluczone w treści zadania.

Odpowiedź: A.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-5), 0 oraz 5 wartość wyrażenia $\frac{10}{x^2+5x} : \frac{7x}{25-x^2}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{50-10x}{7x^2}$

B. $\frac{10x-50}{7x^2}$

C. $\frac{70}{(x+5)^2 \cdot (x-5)}$

D. $\frac{70}{(x+5)^2 \cdot (5-x)}$

Kroki do wykonania

1. Zamień dzielenie przez ułamek na mnożenie przez jego odwrotność.

2. Rozłóż mianownik pierwszego ułamka na czynniki.

3. Zastosuj wzór na różnicę kwadratów.

4. Skróć wspólne czynniki. Pamiętaj, że żadna z liczb wykluczonych w treści nie może być wartością x.

3 / Spróbuj samodzielnie

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od (-3), 0 oraz 3 wartość wyrażenia $\frac{9}{x^2+3x} : \frac{4x}{9-x^2}$ jest równa wartości wyrażenia

A. $\frac{27-9x}{4x^2}$

B. $\frac{9x-27}{4x^2}$

C. $\frac{36}{(x+3)^2 \cdot (x-3)}$

D. $\frac{36}{(x+3)^2 \cdot (3-x)}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 09

Nierówność kwadratowa

1 / Oryginalne zadanie 9 · 0–2 pkt

Rozwiąż nierówność $x(3x-2)<1$. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Przenosimy wszystko na lewą stronę: $3x^2-2x-1<0$.

Rozkładamy trójmian na czynniki $(3x+1)(x-1)<0$.

Jego miejsca zerowe to $x=-\frac{1}{3}$ oraz $x=1$.

Współczynnik przy kwadracie jest dodatni, więc parabola przyjmuje wartości ujemne pomiędzy miejscami zerowymi.

Końców przedziału nie włączamy: w tych punktach wyrażenie jest równe zeru, a ma być mniejsze od zera.

Rozwiązanie: $x\in(-\frac{1}{3},1)$.

Odpowiedź: $(-\frac{1}{3},1)$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Rozwiąż nierówność $x(5x-4)<1$. Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Przenieś wszystkie składniki na jedną stronę.

2. Rozłóż wyrażenie na iloczyn lub oblicz deltę.

3. Znajdź obie liczby, dla których wyrażenie jest równe zeru.

4. Ustal, gdzie wyrażenie jest ujemne. Sprawdź, czy końce przedziału mogą należeć do rozwiązania.

3 / Spróbuj samodzielnie

Rozwiąż nierówność $x(6x-5)<1$. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 10

Model zakupów i układ równań

1 / Oryginalne zadanie 10 · 0–2 pkt

W pewnym sklepie czekolada $\mathcal{C}$ kosztuje x złotych, a baton $\mathcal{B}$ kosztuje y złotych. Piotr kupił w tym sklepie 8 czekolad $\mathcal{C}$ oraz 4 batony $\mathcal{B}$ i zapłacił za te zakupy 82 złote. Natalia kupiła w tym sklepie 3 czekolady $\mathcal{C}$ oraz 9 batonów $\mathcal{B}$ i zapłaciła za te zakupy 60 złotych.

Oblicz cenę x czekolady $\mathcal{C}$. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Zapisujemy równania zakupów: $8x + 4y = 82$ oraz $3x + 9y = 60$.

Mnożymy pierwsze równanie przez 9, a drugie przez 4 i odejmujemy drugie od pierwszego.

Wyrazy z y znikają: $(72 - 12)x = 738 - 240$.

Zatem $60x = 498$ i $x = 8{,}3$ zł.

Dla sprawdzenia z dowolnego równania wyznaczamy $y = 3{,}9$ zł i wstawiamy obie ceny do obu rachunków; otrzymujemy kwoty podane w treści.

Odpowiedź: 8,3 zł

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W pewnym sklepie czekolada $\mathcal{C}$ kosztuje x złotych, a baton $\mathcal{B}$ kosztuje y złotych. Piotr kupił w tym sklepie 8 czekolad $\mathcal{C}$ oraz 4 batony $\mathcal{B}$ i zapłacił za te zakupy $67{,}2$ złote. Natalia kupiła w tym sklepie 3 czekolady $\mathcal{C}$ oraz 9 batonów $\mathcal{B}$ i zapłaciła za te zakupy $49{,}2$ złotych.

Oblicz cenę x czekolady $\mathcal{C}$. Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Ułóż równanie opisujące pierwsze zakupy.

2. Ułóż równanie opisujące drugie zakupy.

3. Pomnóż równania przez dobrane liczby i wyeliminuj cenę batona.

4. Wyznacz cenę czekolady i sprawdź wynik.

3 / Spróbuj samodzielnie

W pewnym sklepie czekolada $\mathcal{C}$ kosztuje x złotych, a baton $\mathcal{B}$ kosztuje y złotych. Piotr kupił w tym sklepie 6 czekolad $\mathcal{C}$ oraz 3 batony $\mathcal{B}$ i zapłacił za te zakupy $62{,}1$ złote. Natalia kupiła w tym sklepie 2 czekolady $\mathcal{C}$ oraz 8 batonów $\mathcal{B}$ i zapłaciła za te zakupy $50{,}8$ złotych.

Oblicz cenę x czekolady $\mathcal{C}$. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 11

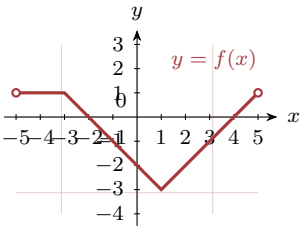
Odczytywanie własności funkcji z wykresu

1 / Oryginalne zadanie 11 · 0–3 pkt

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}1 & \text{dla } x\in(-5,-3],\\ -x-2 & \text{dla } x\in(-3,1],\\ x-4 & \text{dla } x\in(1,5).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział ..... .
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział ..... .

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Najniższy punkt wykresu to $(1,-3)$ i należy on do wykresu.

Największą wartość, 1, funkcja przyjmuje na poziomym odcinku.

Odcinki pośrednie przyjmują wszystkie wartości pomiędzy nimi, więc zbiorem wartości jest $[-3,1]$.

Wykres przecina oś poziomą dla $x=-2$ oraz $x=4$.

Leży pod osią dokładnie pomiędzy tymi zerami, zatem wartości ujemne przyjmuje dla $x\in(-2,4)$.

Największą wartość przyjmuje dla $x\in(-5,-3]$.

Lewy koniec jest wyłączony, a prawy włączony; niezamalowany punkt na prawym końcu wykresu nie należy do wykresu, więc nie dodajemy go do odpowiedzi.

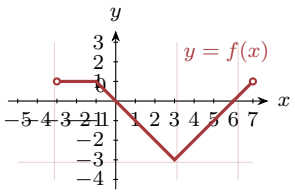
Odpowiedź: $[-3,1]$; $(-2,4)$; $(-5,-3]$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}1 & \text{dla } x\in(-3,-1],\\ -x & \text{dla } x\in(-1,3],\\ x-6 & \text{dla } x\in(3,7).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział ..... .
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział ..... .

Kroki do wykonania

1. Odczytaj najmniejszą i największą wartość y osiąganą na wykresie.

2. Sprawdź, czy funkcja przyjmuje wszystkie wartości y pomiędzy nimi.

3. Wskaż, dla jakich x wykres leży pod osią poziomą.

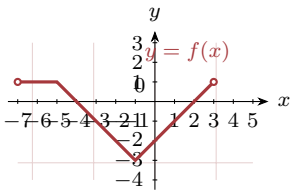
4. Odczytaj przedział x odpowiadający najwyższemu poziomemu odcinkowi. Uwzględnij zamalowane i niezamalowane końce.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x)=\begin{cases}1 & \text{dla } x\in(-7,-5],\\ -x-4 & \text{dla } x\in(-5,-1],\\ x-2 & \text{dla } x\in(-1,3).\end{cases}$$

Wykres funkcji $y=f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział ..... .
2. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział ..... .
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje największą wartość, jest przedział ..... .

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 12

Parametr w funkcji liniowej

1 / Oryginalne zadanie 12 · 0–2 pkt

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 5x + m^2 + 6m$, gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, -9)$.

Oblicz m. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Punkt na osi Oy ma pierwszą współrzędną zero.

Podstawiamy $x = 0$ i podaną wartość funkcji: $m^2 + 6m = -9$.

Przenosimy wszystko na lewą stronę: $m^2 + 6m + 9 = 0$.

Jest to kwadrat sumy: $(m + 3)^2 = 0$.

Kwadrat jest równy zeru tylko wtedy, gdy jego liczba w nawiasie jest zerem.

Zatem $m = -3$.

Wstawienie tej wartości daje oczekiwany punkt przecięcia.

Odpowiedź: $m = -3$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 12, s. 12. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 2x + m^2 + 10m$, gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, -25)$.

Oblicz m. Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Ustal pierwszą współrzędną punktu na osi pionowej.

2. Podstaw obie współrzędne do wzoru funkcji.

3. Przenieś wszystkie składniki równania z parametrem na jedną stronę.

4. Rozwiąż równanie i sprawdź wynik w podanym punkcie.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = 6x + m^2 + 2m$, gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, -1)$.

Oblicz m. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 13

Własności i postacie funkcji kwadratowej

1 / Oryginalne zadanie 13 · 0–2 pkt

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2(x-2)^2 + 4$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dwa rzeczywiste miejsca zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = 2$.	P	F

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzorem funkcji f zapisanym w postaci ogólnej jest

A. $f(x) = 2x^2 - 4$

B. $f(x) = 2x^2 + 12$

C. $f(x) = 2x^2 - 4x + 12$

D. $f(x) = 2x^2 - 8x + 12$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Współczynnik przy kwadracie jest dodatni, więc minimum funkcji to 4.

Minimum jest dodatnie, więc funkcja nie ma rzeczywistych miejsc zerowych.

Wierzchołek ma pierwszą współrzędną 2, dlatego oś symetrii ma równanie $x = 2$.

W podpunkcie 13.1 otrzymujemy FP.

Rozwijamy kwadrat: $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$.

Mnożymy przez 2 i dodajemy 4: $f(x) = 2x^2 - 8x + 12$.

W podpunkcie 13.2 poprawna jest odpowiedź D.

Odpowiedź: FP; D

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 2(x-3)^2 - 2$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dwa rzeczywiste miejsca zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = 4$.	P	F

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzorem funkcji f zapisanym w postaci ogólnej jest

A. $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$

B. $f(x) = 2x^2 - 6x + 16$

C. $f(x) = 2x^2 + 12x + 16$

D. $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$

Kroki do wykonania

1. Odczytaj współrzędne wierzchołka z postaci kanonicznej.

2. Ustal kierunek ramion i rozstrzygnij liczbę miejsc zerowych.

3. Zapisz równanie osi symetrii.

4. Rozwiń kwadrat nawiasu i uporządkuj wyrazy w postaci ogólnej.

3 / Spróbuj samodzielnie

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = 3(x-2)^2 + 6$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja f ma dwa rzeczywiste miejsca zerowe.	P	F
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = 2$.	P	F

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzorem funkcji f zapisanym w postaci ogólnej jest

A. $f(x) = 3x^2 - 12x + 20$

B. $f(x) = 3x^2 - 6x + 18$

C. $f(x) = 3x^2 + 12x + 18$

D. $f(x) = 3x^2 - 12x + 18$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 14

Wzór i monotoniczność ciągu

1 / Oryginalne zadanie 14 · 0–2 pkt

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 32 \cdot (\frac{1}{2})^{n-5}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 8 **B.** 64 **C.** 128 **D.** 256

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg (a_n) jest

A. arytmetyczny i rosnący.

B. arytmetyczny i malejący.

C. geometryczny i rosnący.

D. geometryczny i malejący.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wstawiamy $n = 3$ do wzoru: $a_3 = 32 \cdot (\frac{1}{2})^{3-5} = 128$.

Odpowiedź w 14.1: C.

Iloraz dwóch kolejnych wyrazów jest stały i równy $q = \frac{1}{2}$.

Wszystkie wyrazy są dodatnie.

Iloraz leży pomiędzy 0 a 1, więc ciąg jest malejący.

Nie jest arytmetyczny, ponieważ różnice kolejnych wyrazów nie są stałe: przy ilorazie różnym od 1 zmieniają się wraz z wyrazami.

Odpowiedź w 14.2: D.

Odpowiedź: C; D

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 16 \cdot (\frac{1}{2})^{n-4}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. 8 **B.** 16 **C.** 32 **D.** 64

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg (a_n) jest

A. arytmetyczny i rosnący.

B. arytmetyczny i malejący.

C. geometryczny i rosnący.

D. geometryczny i malejący.

Kroki do wykonania

1. Podstaw odpowiedni indeks do wzoru ciągu.

2. Oblicz wykładnik i wartość szukanego wyrazu.

3. Porównaj dwa kolejne wyrazy przez iloraz.

4. Oceń, czy ciąg jest rosnący, czy malejący.

3 / Spróbuj samodzielnie

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3 \cdot (3)^{n-2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest równy

A. $\frac{9}{4}$ **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** 9 **D.** 18

Zadanie 14.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg (a_n) jest

A. arytmetyczny i rosnący.

B. arytmetyczny i malejący.

C. geometryczny i rosnący.

D. geometryczny i malejący.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 15

Wyznaczanie ciągu arytmetycznego

1 / Oryginalne zadanie 15 · 0–3 pkt

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma S_{10} dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa 90. Średnia arytmetyczna pierwszego, siódmego i ósmego wyrazu tego ciągu jest równa 10.

Oblicz pierwszy wyraz i różnicę ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Niech a oznacza pierwszy wyraz, a r różnicę.

Ze wzoru na sumę mamy $\frac{10}{2}(2a + 9r) = 90$, czyli $2a + 9r = 18$.

Wyrazy ze średniej to a, a+6r i a+7r.

Warunek średniej daje $\frac{a+(a+6r)+(a+7r)}{3} = 10$, a po pomnożeniu przez 3: $3a + 13r = 30$.

Mnożymy pierwsze uproszczone równanie przez 3, drugie przez 2 i odejmujemy: $r = 54 - 60 = -6$.

Podstawiamy do $2a + 9r = 18$ i otrzymujemy $a = 36$.

Sprawdzenie: suma i średnia wyliczone z tych wartości odtwarzają dane z treści.

Odpowiedź: $a_1 = 36,\ r = -6$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma S_{10} dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa 330. Średnia arytmetyczna pierwszego, siódmego i ósmego wyrazu tego ciągu jest równa 32.

Oblicz pierwszy wyraz i różnicę ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Oznacz pierwszy wyraz i różnicę ciągu.

2. Zapisz sumę początkowych wyrazów za pomocą wzoru na sumę.

3. Zapisz podane wyrazy i ułóż równanie ze średniej.

4. Rozwiąż układ i sprawdź oba warunki.

3 / Spróbuj samodzielnie

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma S_{10} dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa 150. Średnia arytmetyczna pierwszego, siódmego i ósmego wyrazu tego ciągu jest równa 16.

Oblicz pierwszy wyraz i różnicę ciągu (a_n). Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 16

Iloraz ciągu geometrycznego

1 / Oryginalne zadanie 16 · 0–1 pkt

Trzywyrazowy ciąg $(x, x+4, 2x+8)$, o wszystkich wyrazach dodatnich, jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz tego ciągu jest równy

A. -4 **B.** -1 **C.** 2 **D.** 4

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Trzeci wyraz zapisujemy jako $2(x+4)$.

Ponieważ drugi wyraz jest dodatni, możemy podzielić trzeci przez drugi: $q = \frac{2(x+4)}{x+4} = 2$.

Dla pewności sprawdzamy zgodność także pierwszej pary: $\frac{x+4}{x} = 2$ daje $x = 4$.

Ta liczba i wszystkie trzy wyrazy są dodatnie, więc warunek istnienia ciągu jest spełniony.

Odpowiedź: C.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 16, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Trzywyrazowy ciąg $(x, x+8, 3x+24)$, o wszystkich wyrazach dodatnich, jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz tego ciągu jest równy

A. -8 **B.** -1 **C.** 3 **D.** 4

Kroki do wykonania

1. Wyłącz wspólny czynnik z wyrażenia na trzeci wyraz.

2. Zapisz iloraz trzeciego i drugiego wyrazu.

3. Sprawdź, dlaczego mianownik jest niezerowy.

4. Uprość iloraz i wybierz odpowiedź.

3 / Spróbuj samodzielnie

Trzywyrazowy ciąg $(x, x+10, 2x+20)$, o wszystkich wyrazach dodatnich, jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz tego ciągu jest równy

A. -10 **B.** -1 **C.** 2 **D.** 3

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 17

Tożsamość trygonometryczna

1 / Oryginalne zadanie 17 · 0–1 pkt

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sin\alpha + \sin^2\alpha = \cos\alpha - \cos^2\alpha + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** 1 **D.** 2

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Przenosimy oba kwadraty funkcji na lewą stronę i korzystamy z jedynki trygonometrycznej $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Jedynki po obu stronach redukują się, pozostawiając $1\sin\alpha = 1\cos\alpha$.

Kąt jest ostry, zatem jego cosinus jest dodatni i możemy przez niego podzielić.

Stąd $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{1} = 1$.

Odpowiedź: C.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 17, s. 16. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $3\sin\alpha + \sin^2\alpha = \cos\alpha - \cos^2\alpha + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** $\frac{10}{3}$

Kroki do wykonania

1. Przenieś składniki zawierające kwadraty na jedną stronę.

2. Skorzystaj z jedynki trygonometrycznej.

3. Uprość równanie i wykaż, że można podzielić przez cosinus.

4. Zapisz iloraz sinusa i cosinusa.

3 / Spróbuj samodzielnie

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sin\alpha + \sin^2\alpha = 3\cos\alpha - \cos^2\alpha + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

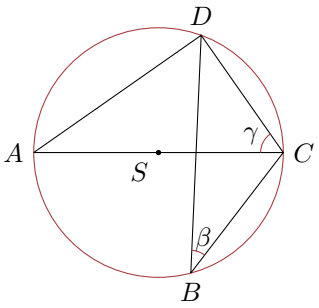
Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 18

Kąty wpisane w okrąg

1 / Oryginalne zadanie 18 · 0–1 pkt

Cztery różne punkty: A, B, C oraz D, leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu. Cięciwa BD przecina tę średnicę. Oznaczmy przez β miarę kąta wpisanego DBC, natomiast przez γ – miarę kąta wpisanego ACD (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $\beta + \gamma$ jest równa

A. 60° **B.** 90° **C.** 120° **D.** 135°

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Kąty DBC i DAC są wpisane i oparte na tym samym łuku DC, więc mają tę samą miarę β.

Kąt ADC jest oparty na średnicy AC, zatem ma 90 stopni.

W trójkącie ADC pozostałe kąty mają razem $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Są to właśnie kąty o miarach β i γ.

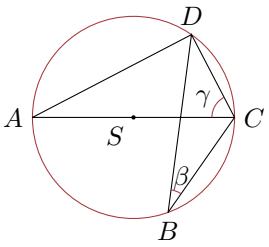
Zatem ich suma wynosi 90 stopni.

Odpowiedź: B.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 18, s. 17. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Cztery różne punkty: A, B, C oraz D, leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu. Cięciwa BD przecina tę średnicę. Oznaczmy przez β miarę kąta wpisanego DBC, natomiast przez γ – miarę kąta wpisanego ACD (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $2\beta + 2\gamma$ jest równa

A. $120°$ **B.** $150°$ **C.** $180°$ **D.** $240°$

Kroki do wykonania

1. Znajdź kąt wpisany oparty na tym samym łuku co pierwszy wskazany kąt.

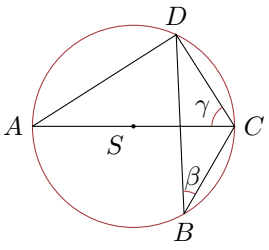
2. Zastosuj twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy.

3. Użyj sumy kątów w odpowiednim trójkącie.

4. Oblicz wyrażenie wskazane w zadaniu.

3 / Spróbuj samodzielnie

Cztery różne punkty: A, B, C oraz D, leżą na okręgu o środku w punkcie S. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu. Cięciwa BD przecina tę średnicę. Oznaczmy przez β miarę kąta wpisanego DBC, natomiast przez γ – miarę kąta wpisanego ACD (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $3\beta + 3\gamma$ jest równa

A. $180°$ **B.** $225°$ **C.** $270°$ **D.** $360°$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 19

Przekątna i ramię trapezu

1 / Oryginalne zadanie 19 · 0–4 pkt

W trapezie równoramiennym $ABCD$ przekątna BD ma długość 39 i tworzy z dłuższą podstawą AB taki kąt ostry α, że $\cos\alpha = \frac{12}{13}$. Różnica długości podstaw AB i CD tego trapezu jest równa 40.

Oblicz długość ramienia AD tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Opuszczamy z D wysokość DE na dłuższą podstawę AB.

W trójkącie prostokątnym BED przekątna BD jest przeciwprostokątną, a $BE = BD\cos\alpha = 39 \cdot \frac{12}{13} = 36$.

Z twierdzenia Pitagorasa wysokość wynosi $DE = \sqrt{39^2 - 36^2} = 15$.

W trapezie równoramiennym odcinki pozostające przy końcach dłuższej podstawy są równe, więc $AE = \frac{40}{2} = 20$.

W trójkącie AED stosujemy ponownie twierdzenie Pitagorasa: $AD = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$.

Sprawdzamy jeszcze, czy krótsza podstawa ma dodatnią długość: $36 - 20 = 16$, która jest dodatnia.

Odpowiedź: 25

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W trapezie równoramiennym $ABCD$ przekątna BD ma długość 39 i tworzy z dłuższą podstawą AB taki kąt ostry α, że $\cos\alpha = \frac{12}{13}$. Różnica długości podstaw AB i CD tego trapezu jest równa 16.

Oblicz długość ramienia AD tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Opuść wysokość z końca krótszej podstawy.

2. Wyznacz rzut przekątnej z podanego cosinusa.

3. Oblicz wysokość z twierdzenia Pitagorasa.

4. Wyznacz rzut ramienia jako połowę różnicy podstaw i oblicz długość ramienia.

3 / Spróbuj samodzielnie

W trapezie równoramiennym $ABCD$ przekątna BD ma długość 50 i tworzy z dłuższą podstawą AB taki kąt ostry α, że $\cos\alpha = \frac{4}{5}$. Różnica długości podstaw AB i CD tego trapezu jest równa 32.

Oblicz długość ramienia AD tego trapezu. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 20

Obwód trójkąta równoramiennego

1 / Oryginalne zadanie 20 · 0–1 pkt

W prostokątnym trójkącie równoramiennym przeciwprostokątna ma długość 8.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód tego trójkąta jest równy

A. $4(\sqrt{2}+2)$ **B.** $4(\sqrt{2}+4)$ **C.** $8(\sqrt{2}+1)$ **D.** $8(\sqrt{2}+2)$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Niech a oznacza długość każdej przyprostokątnej.

Twierdzenie Pitagorasa daje $2a^2 = 8^2$, więc $a = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$.

Obwód jest sumą dwóch przyprostokątnych i przeciwprostokątnej: $2 \cdot 4\sqrt{2} + 8 = 8\sqrt{2} + 8 = 8(\sqrt{2}+1)$.

Odpowiedź: C.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 20, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W prostokątnym trójkącie równoramiennym przeciwprostokątna ma długość 6.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód tego trójkąta jest równy

A. $3(\sqrt{2}+2)$ **B.** $3(\sqrt{2}+4)$ **C.** $6(\sqrt{2}+1)$ **D.** $6(\sqrt{2}+2)$

Kroki do wykonania

1. Oznacz długość każdej przyprostokątnej.

2. Ułóż równanie z twierdzenia Pitagorasa.

3. Wyznacz dodatnią długość przyprostokątnej.

4. Dodaj długości trzech boków i uprość wynik.

3 / Spróbuj samodzielnie

W prostokątnym trójkącie równoramiennym przeciwprostokątna ma długość 14.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód tego trójkąta jest równy

A. $7(\sqrt{2}+2)$ **B.** $7(\sqrt{2}+4)$ **C.** $14(\sqrt{2}+1)$ **D.** $14(\sqrt{2}+2)$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 21

Skala podobieństwa trójkątów

1 / Oryginalne zadanie 21 · 0–1 pkt

Trójkąt ABC o bokach długości $|AB| = 6$, $|AC| = 9$ i $|BC| = 12$ jest podobny do trójkąta KLM o obwodzie 36.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najkrótszy bok trójkąta KLM ma długość

A. 4 **B.** $4{,}5$ **C.** 8 **D.** $8{,}5$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Obwód trójkąta ABC wynosi 27.

Skala podobieństwa od ABC do KLM to $\frac{36}{27} = \frac{4}{3}$.

Najkrótszy bok ma więc długość $6 \cdot \frac{4}{3} = 8$.

Odpowiedź: C.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 21, s. 20. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Trójkąt ABC o bokach długości $|AB| = 10$, $|AC| = 15$ i $|BC| = 20$ jest podobny do trójkąta KLM o obwodzie 54.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najkrótszy bok trójkąta KLM ma długość

A. 10 **B.** 13 **C.** 12 **D.** 15

Kroki do wykonania

1. Oblicz obwód pierwszego trójkąta.

2. Wyznacz skalę podobieństwa z ilorazu obwodów.

3. Wskaż najkrótszy bok pierwszego trójkąta.

4. Pomnóż jego długość przez skalę.

3 / Spróbuj samodzielnie

Trójkąt ABC o bokach długości $|AB| = 7$, $|AC| = 14$ i $|BC| = 18$ jest podobny do trójkąta KLM o obwodzie 78.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najkrótszy bok trójkąta KLM ma długość

A. 12 **B.** 15 **C.** 14 **D.** 17

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 22

Równanie prostej i tangens kąta

1 / Oryginalne zadanie 22 · 0–2 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (0, -6)$, $B = (4, 2)$ oraz $C = (0, 4)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = -x + 6$ **B.** $y = -x - 6$ **C.** $y = 2x + 6$ **D.** $y = 2x - 6$

Zadanie 22.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego CAB jest równy

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Nachylenie prostej AB to $\frac{8}{4} = 2$.

Punkt A daje wyraz wolny -6, więc równanie ma postać $y = 2x - 6$.

Kąt CAB mierzymy od pionu.

W pomocniczym trójkącie prostokątnym bok przeciwległy ma długość 4, a przyległy 8.

Tangens wynosi $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Odpowiedź: D; A

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 22.1–22.2, s. 21. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (0, -5)$, $B = (4, 11)$ oraz $C = (0, 12)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = 4x + 5$ **B.** $y = -4x - 5$ **C.** $y = x - 5$ **D.** $y = 4x - 5$

Zadanie 22.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego CAB jest równy

A. $\frac{1}{4}$ **B.** 4 **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** 5

Kroki do wykonania

1. Oblicz zmianę obu współrzędnych od pierwszego punktu do drugiego.

2. Wyznacz współczynnik kierunkowy i wyraz wolny prostej.

3. Narysuj trójkąt pomocniczy i wskaż, od której półprostej mierzymy kąt.

4. Oblicz stosunek właściwych przyprostokątnych.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (0, -9)$, $B = (6, 9)$ oraz $C = (0, 11)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = 3x + 9$ **B.** $y = -3x - 9$ **C.** $y = x - 9$ **D.** $y = 3x - 9$

Zadanie 22.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta ostrego CAB jest równy

A. $\frac{1}{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 4

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 23

Środek i równanie okręgu

1 / Oryginalne zadanie 23 · 0–2 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (-8, -6)$. Odcinek AB, gdzie $A = (4, -15)$ i $B = (-20, y_B)$, jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Zadanie 23.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współrzędna y_B punktu B jest równa

A. 3 **B.** 8 **C.** -12 **D.** $-\frac{9}{2}$

Zadanie 23.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x+8)^2 + (y+6)^2 = 225$

B. $(x+8)^2 + (y+6)^2 = 441$

C. $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 225$

D. $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 441$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Środek okręgu jest środkiem średnicy AB, zatem $y_B = 2 \cdot (-6) - (-15) = 3$.

Z różnic współrzędnych S i A mamy $r^2 = 12^2 + (-9)^2 = 225$.

Podstawiamy środek i kwadrat promienia do wzoru okręgu: $(x+8)^2 + (y+6)^2 = 225$.

Odpowiedź: A; A

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (1, 2)$. Odcinek AB, gdzie $A = (9, -4)$ i $B = (-7, y_B)$, jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Zadanie 23.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współrzędna y_B punktu B jest równa

A. 8 **B.** 2 **C.** 10 **D.** 4

Zadanie 23.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 100$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 196$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 100$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 196$

Kroki do wykonania

1. Zapisz zależność między współrzędnymi końców średnicy i środka.

2. Oblicz brakującą współrzędną.

3. Wyznacz kwadrat odległości środka od końca średnicy.

4. Podstaw środek i kwadrat promienia do równania okręgu.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (-3, -5)$. Odcinek AB, gdzie $A = (12, 3)$ i $B = (-18, y_B)$, jest średnicą okręgu $\mathcal{O}$.

Zadanie 23.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współrzędna y_B punktu B jest równa

A. -13 **B.** -5 **C.** -11 **D.** -17

Zadanie 23.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 289$

B. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 529$

C. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 289$

D. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 529$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 24

Warunek równoległości prostych

1 / Oryginalne zadanie 24 · 0–1 pkt

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami $k : y = (m-3)x+(m+4)$ i $l : y = -5x + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. -5 **B.** -3 **C.** -2 **D.** 1

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Porównujemy współczynniki kierunkowe: $m - 3 = -5$.

Dodajemy 3 po obu stronach, więc $m = -2$.

Dla tej wartości wyrazy wolne wynoszą 2 i 1, czyli proste są różne.

Odpowiedź: C.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami $k : y = (m-6)x + (m+5)$ i $l : y = -2x + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 1

Kroki do wykonania

1. Odczytaj współczynniki kierunkowe obu prostych.

2. Zapisz warunek ich równości.

3. Rozwiąż równanie.

4. Porównaj wyrazy wolne otrzymanych prostych.

3 / Spróbuj samodzielnie

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami $k : y = (m-1)x + (m+3)$ i $l : y = 7x + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

A. 7 **B.** 10 **C.** 8 **D.** 5

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 25

Objętość graniastosłupa sześciokątnego

1 / Oryginalne zadanie 25 · 0–1 pkt

Każda z krawędzi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego graniastosłupa jest równa

A. 27 **B.** 81 **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\frac{81\sqrt{3}}{2}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Podstawę dzielimy na sześć trójkątów równobocznych.

Jej pole to $6 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4}$.

Wysokość to 3, więc objętość wynosi $\frac{6 \cdot 3^3\sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{2}$.

Odpowiedź: D.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 25, s. 23. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Każda z krawędzi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 5.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego graniastosłupa jest równa

A. 125 **B.** 375 **C.** $\frac{125\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\frac{375\sqrt{3}}{2}$

Kroki do wykonania

1. Podziel foremną podstawę na trójkąty równoboczne.

2. Oblicz pole jednego trójkąta.

3. Wyznacz pole całej podstawy.

4. Pomnóż pole przez wysokość graniastosłupa.

3 / Spróbuj samodzielnie

Każda z krawędzi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 6.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego graniastosłupa jest równa

A. 216 **B.** 648 **C.** $\frac{216\sqrt{3}}{4}$ **D.** $324\sqrt{3}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 26

Wysokość ostrosłupa

1 / Oryginalne zadanie 26 · 0–1 pkt

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. 6 **B.** $3\sqrt{6}$ **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $6\sqrt{3}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Rozpatrujemy trójkąt prostokątny złożony z wysokości, krawędzi bocznej i jej rzutu na podstawę.

Wysokość leży naprzeciw danego kąta, zatem $h = 12\sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$.

Odpowiedź: D.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 20 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $60°$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. 20 **B.** $10\sqrt{6}$ **C.** $10\sqrt{2}$ **D.** $10\sqrt{3}$

Kroki do wykonania

1. Zaznacz krawędź, jej rzut na podstawę i wysokość.

2. Wskaż podany kąt w trójkącie prostokątnym.

3. Wybierz funkcję trygonometryczną łączącą wysokość z krawędzią.

4. Oblicz wysokość i uprość wynik.

3 / Spróbuj samodzielnie

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 18 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $30°$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość tego ostrosłupa jest równa

A. 18 **B.** $9\sqrt{6}$ **C.** $9\sqrt{2}$ **D.** 9

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 27

Krawędzie i wierzchołki ostrosłupa

1 / Oryginalne zadanie 27 · 0–1 pkt

W pewnym ostrosłupie liczba wszystkich krawędzi jest o 9 większa od liczby wszystkich wierzchołków.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. sześciokąt.

B. ośmiokąt.

C. dziewięciokąt.

D. dziesięciokąt.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Jeśli podstawa ma n boków, ostrosłup ma $2n$ krawędzi i $n+1$ wierzchołków.

Stąd $2n-(n+1)=9$, czyli $n=10$.

Podstawą jest dziesięciokąt.

Odpowiedź: D.

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

W pewnym ostrosłupie liczba wszystkich krawędzi jest o 8 większa od liczby wszystkich wierzchołków.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. siedmiokąt.

B. ośmiokąt.

C. dziesięciokąt.

D. dziewięciokąt.

Kroki do wykonania

1. Oznacz liczbę boków podstawy niewiadomą.

2. Policz krawędzie podstawy i krawędzie boczne.

3. Policz wierzchołki podstawy i dodaj wierzchołek leżący nad podstawą.

4. Zapisz i rozwiąż równanie dla podanej różnicy.

3 / Spróbuj samodzielnie

W pewnym ostrosłupie liczba wszystkich krawędzi jest o 10 większa od liczby wszystkich wierzchołków.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. dziewięciokąt.

B. dziesięciokąt.

C. dwunastokąt.

D. jedenastokąt.

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 28

Prawdopodobieństwo sumy oczek

1 / Oryginalne zadanie 28 · 0–1 pkt

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie większa od 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{36}$ **B.** $\frac{2}{36}$ **C.** $\frac{3}{36}$ **D.** $\frac{4}{36}$

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Wyniki to uporządkowane pary.

Jest ich $6 \cdot 6 = 36$.

Uwzględniamy sumy od 11 do 12.

Liczby par dla kolejnych sum to 2, 1, łącznie 3.

Prawdopodobieństwo wynosi $\frac{3}{36}$.

Odpowiedź: C.

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 28, s. 25. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie większa od 7.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{14}{36}$ **B.** $\frac{16}{36}$ **C.** $\frac{15}{36}$ **D.** $\frac{17}{36}$

Kroki do wykonania

1. Zapisz wynik jako parę: liczba oczek w pierwszym rzucie i liczba oczek w drugim rzucie.

2. Oblicz liczbę wszystkich takich par.

3. Policz pary, których suma spełnia warunek z zadania.

4. Podziel liczbę par spełniających warunek przez liczbę wszystkich par.

3 / Spróbuj samodzielnie

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie większa od 6.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{20}{36}$ **B.** $\frac{22}{36}$ **C.** $\frac{21}{36}$ **D.** $\frac{23}{36}$

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 29

Mediana, dominanta i prawdopodobieństwo

1 / Oryginalne zadanie 29 · 0–3 pkt

Wśród 120 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie: „Ile godzin snu potrzebujesz, aby być wypoczętym?”. Każdy z ankietowanych zaznaczył dokładnie jedną odpowiedź. Wyniki ankiety przedstawiono w poniższej tabeli.

Deklarowana liczba godzin snu	4	5	6	7	8	9	10
Liczba osób, które zadeklarowały daną liczbę godzin snu	6	4	14	36	38	10	12

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

2. Dominanta deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

3. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jedna osoba wybrana losowo spośród ankietowanych zadeklarowała 10 godzin snu, jest równe ..... .

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Odczytujemy uporządkowane pozycje 60 i 61, które mają wartości 7 i 8.

Ich średnia to $\frac{15}{2}$.

Największa liczebność odpowiada 8 godzinom, stąd dominanta to 8.

Spośród 120 osób 12 podało 10 godzin, zatem $P = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$.

Odpowiedź: $\frac{15}{2}$; 8; $\frac{1}{10}$

Źródło cytatu: Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE), matura, matematyka, poziom podstawowy, Formuła 2023, 24.08.2026.
Arkusz MMAP-P0-100-2608, zad. 29, s. 26. Archiwum CKE: egzaminy.gov.pl (link).

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Wśród 120 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie: „Ile godzin snu potrzebujesz, aby być wypoczętym?”. Każdy z ankietowanych zaznaczył dokładnie jedną odpowiedź. Wyniki ankiety przedstawiono w poniższej tabeli.

Deklarowana liczba godzin snu	4	5	6	7	8	9	10
Liczba osób, które zadeklarowały daną liczbę godzin snu	5	11	28	19	21	16	20

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

2. Dominanta deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

3. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jedna osoba wybrana losowo spośród ankietowanych zadeklarowała 10 godzin snu, jest równe ..... .

Kroki do wykonania

1. Dodawaj liczby osób z kolejnych kolumn, aby ustalić pozycje poszczególnych wyników w uporządkowanej liście.

2. Odszukaj dwa środkowe wyniki i oblicz ich średnią, czyli medianę.

3. Znajdź liczbę godzin, którą podało najwięcej osób. To dominanta.

4. Podziel liczbę osób ze wskazanej kolumny przez liczbę wszystkich ankietowanych.

3 / Spróbuj samodzielnie

Wśród 140 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie: „Ile godzin snu potrzebujesz, aby być wypoczętym?”. Każdy z ankietowanych zaznaczył dokładnie jedną odpowiedź. Wyniki ankiety przedstawiono w poniższej tabeli.

Deklarowana liczba godzin snu	4	5	6	7	8	9	10
Liczba osób, które zadeklarowały daną liczbę godzin snu	4	16	24	40	18	26	12

Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Mediana deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

2. Dominanta deklarowanej liczby godzin snu przez osoby uczestniczące w ankiecie jest równa ..... .

3. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jedna osoba wybrana losowo spośród ankietowanych zadeklarowała 10 godzin snu, jest równe ..... .

Miejsce na rozwiązanie

MODUŁ 30

Optymalizacja pola bocznego walca

1 / Oryginalne zadanie 30 · 0–4 pkt

Rozważamy wszystkie walce, w których suma średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równa 10. Niech $P(r)$ oznacza pole powierzchni bocznej takiego walca w zależności od promienia r podstawy walca.

Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P zmiennej r. Oblicz promień r podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Zapisz obliczenia.

Pełne rozwiązanie krok po kroku

Z warunku $2r + h = 10$ otrzymujemy $h = 10 - 2r$.

Wymiary są dodatnie, więc $0 < r < 5$.

Pole boczne to $P(r) = 2\pi r(10 - 2r) = -4\pi r^2 + 20\pi r$.

Parabola jest skierowana ramionami w dół.

Pierwsza współrzędna wierzchołka to $r = \frac{-20\pi}{2\cdot(-4\pi)} = \frac{5}{2}$.

Ten promień spełnia warunki dodatniości wymiarów.

Dla niego pole boczne jest największe.

Odpowiedź: $P(r) = 2\pi r(10 - 2r),\ r \in (0, 5);\ r = \frac{5}{2}$

2 / Zadanie analogiczne z podpowiedziami

Rozważamy wszystkie walce, w których suma średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równa 14. Niech $P(r)$ oznacza pole powierzchni bocznej takiego walca w zależności od promienia r podstawy walca.

Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P zmiennej r. Oblicz promień r podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Zapisz obliczenia.

Kroki do wykonania

1. Zapisz wysokość walca za pomocą promienia i podanej sumy wymiarów.

2. Ustal, dla jakich promieni zarówno promień, jak i wysokość są dodatnie.

3. Podstaw wysokość do wzoru na pole boczne.

4. Oblicz, dla jakiego promienia parabola osiąga największą wartość. Sprawdź, czy ten promień spełnia warunki dotyczące wymiarów.

3 / Spróbuj samodzielnie

Rozważamy wszystkie walce, w których suma średnicy podstawy walca i wysokości walca jest równa 18. Niech $P(r)$ oznacza pole powierzchni bocznej takiego walca w zależności od promienia r podstawy walca.

Wyznacz wzór i dziedzinę funkcji P zmiennej r. Oblicz promień r podstawy tego z rozważanych walców, którego pole powierzchni bocznej jest największe. Zapisz obliczenia.

Miejsce na rozwiązanie